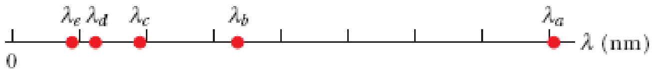
GABARITO EXERCICIOS ADICIONAIS LISTA 6 FÍSICA IV
Estrutura atômica 9 (edição do Halliday)

Capítulos 39

8. Um elétron está confinado em um poço unidimensional infinito e se encontra no primeiro estado excitado. A figura mostra os cinco maiores comprimentos de onda que o elétron pode absorver de uma única vez: λa = 80,78 nm, λb = 33,66 nm, λc = 19,23 nm, λd = 12,62 nm e λe = 8,98 nm. Qual é a largura do poço de potencial?



8. De acordo com a Eq. 39-4, a frequência da luz que excita o elétron do estado de número quântico n_i para o estado de número quântico n_f é

$$f = \frac{\Delta E}{h} = \frac{h}{8mL^2}\left(n_f^2 - n_i^2\right)$$

e o comprimento de onda dessa luz é

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{8mL^2c}{h\left(n_f^2 - n_i^2\right)}.$$

Explicitando L, obtemos

$$L = \sqrt{\frac{\lambda hc(n_f^2 - n_i^2)}{8mc^2}}.$$

O maior comprimento de onda mostrado na Fig. 39-27 é λ = 80,78 nm, que corresponde a uma transição de $n_i = 2$ para $n_f = 3$. Assim, a largura do poço de potencial é

$$L = \sqrt{\frac{\lambda hc(n_f^2 - n_i^2)}{8mc^2}} = \sqrt{\frac{(80,78\ \text{nm})(1240\ \text{eV}\cdot\text{nm})(3^2 - 2^2)}{8(511\times 10^3\,\text{eV})}} = 0,350\ \text{nm} = 350\ \text{pm}.$$

15. Um elétron está confinado em um poço de potencial unidimensional infinito com 100 pm de largura; o elétron se encontra no estado fundamental. Qual é a probabilidade de o elétron ser detectado em uma região de largura Δx = 5,0 pm no entorno do ponto (a) x = 25 pm, (b) x = 50 pm, e (c) x = 90 pm? (Sugestão: A largura Δx da região é tão pequena que a densidade de probabilidade pode ser considerada constante no interior da região.)

15. A probabilidade de que o elétron seja encontrado em qualquer região é dada por $P = \int |\psi|^2\,dx$, onde a integral se estende a toda a região. Se a largura Δx da região é pequena, a probabilidade é dada aproximadamente por $P = |\Psi|^2\,\Delta x$, na qual a função de onda é calculada, por exemplo, no centro do intervalo. No caso de um elétron confinado em um poço de potencial infinito de largura L, a densidade de probabilidade no estado fundamental é

$$|\psi|^2 = \frac{2}{L}\,\text{sen}^2\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

e, portanto,

$$P = \left(\frac{2\Delta x}{L}\right)\text{sen}^2\left(\frac{\pi x}{L}\right).$$

(a) Para L = 100 pm, x = 25 pm e Δx = 5,0 pm, temos:

$$P = \left[\frac{2(5,0\,\text{pm})}{100\,\text{pm}}\right]\text{sen}^2\left[\frac{\pi(25\,\text{pm})}{100\,\text{pm}}\right] = 0,050.$$

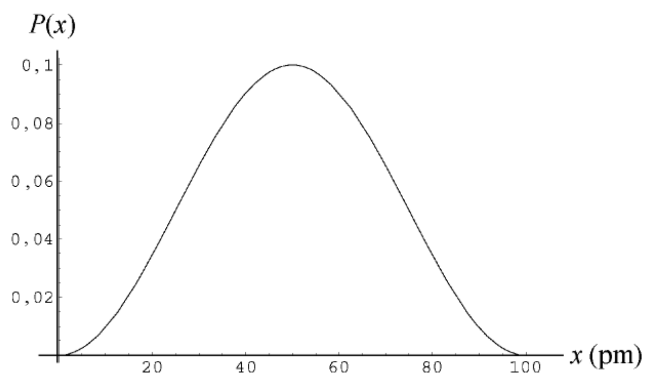
(b) Para L = 100 pm, x = 50 pm e Δx = 5,0 pm, temos:

$$P = \left[\frac{2(5,0\,\text{pm})}{100\,\text{pm}}\right]\text{sen}^2\left[\frac{\pi(50\,\text{pm})}{100\,\text{pm}}\right] = 0,10.$$

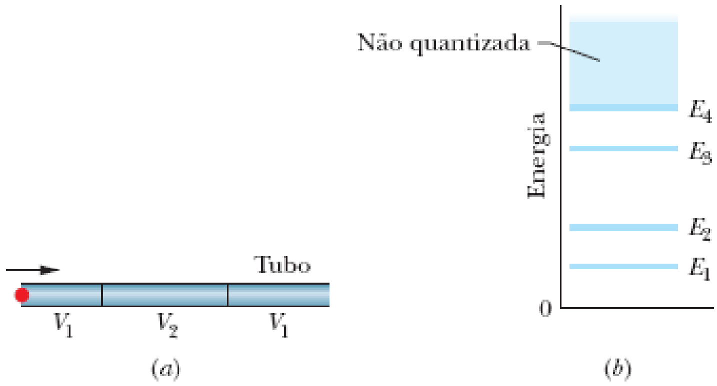
(c) Para L = 100 pm, x = 90 pm e Δx = 5,0 pm, temos:

$$P = \left[\frac{2(5,0\,\text{pm})}{100\,\text{pm}}\right]\text{sen}^2\left[\frac{\pi(90\,\text{pm})}{100\,\text{pm}}\right] = 0,0095.$$

Nota: A figura a seguir mostra a probabilidade em função de x. Como era de se esperar, a probabilidade de que o elétron seja detectado é máxima no centro do poço, ou seja, no ponto $x = L/2$ = 50 pm.



20 A figura a mostra um tubo fino no qual foi montado um poço de potencial finito, com $V_2 = 0$ V. Um elétron se move para a direita no interior do poço, em uma região onde a tensão é $V_1 = 9{,}00$ V, com uma energia cinética de 2,00 eV. Quando o elétron penetra no poço, ele pode ficar confinado se perder energia suficiente emitindo um fóton. Os níveis de energia do elétron no interior do poço são $E_1 = 1{,}0$ eV, $E_2 = 2{,}0$ eV e $E_3 = 4{,}0$ eV, e a região não quantizada começa em $E_4 = 9{,}0$ eV, como mostra o diagrama de níveis de energia da Figura b. Qual é a menor energia (em eV) que o fóton pode possuir?



20. A menor energia que o fóton pode possuir corresponde a uma transição da região não quantizada para E_3. Como a diferença de energia entre E_3 e E_4 é

$$\Delta E = E_4 - E_3 = 9{,}0 \text{ eV} - 4{,}0 \text{ eV} = 5{,}0 \text{ eV},$$

a energia do fóton é

$$E_{\text{fóton}} = K + \Delta E = 2{,}00 \text{ eV} + 5{,}00 \text{ eV} = 7{,}00 \text{ eV}.$$

Capitulo 40

10 Um elétron de um átomo se encontra em um estado com n = 3. Determine (a) o número de valores possíveis de ℓ, (b) o número de valores possíveis de m_ℓ, (c) o número de valores possíveis de μ_s, (d) o número de estados da camada n = 3, e (d) o número de subcamadas da camada n = 3.

10. (a) Para $n = 3$, existem três valores possíveis de ℓ: 0, 1 e 2.

(b) Para $\ell = 2$, existem 5 valores possíveis de $m_\ell = -2, -1, 0, +1$ e $+ 2$.

(c) Como, para um elétron, quaisquer que sejam os valores de n, ℓ e m_ℓ, m_s só pode assumir os valores +1/2 e −1/2, o número de valores possíveis de m_s é 2.

(d) Como, de acordo com a solução do Problema 2, o número total de estados para um dado valor de n é $2n^2$, para $n = 3$ o número de estados possíveis é $2(3^2) = 18$.

(e) Cada subcamada é caracterizada por um valor diferente de ℓ. Como, para $n = 3$, existem três valores possíveis de ℓ, o número de subcamadas da camada $n = 3$ é 3.

23 Uma caixa cúbica de dimensões $L_x = L_y = L_z = L$ contém oito elétrons. Qual é a energia do estado fundamental do sistema, em múltiplos de $h^2/8mL^2$? Suponha que os elétrons não interagem e não se esqueça de levar em conta o spin.

23. De acordo com a Eq. 39-23, os níveis de energia do elétron são dados por

$$E_{n_x,n_y,n_z} = \frac{h^2}{8mL^2}\left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right),$$

em que n_x, n_y e n_z são números inteiros positivos. O nível fundamental corresponde a $n_x = 1$, $n_y = 1$ e $n_z = 1$ e tem uma energia $E_{1,1,1} = 3(h^2/8mL^2)$. Existem dois elétrons com esta energia, um com o spin para cima e o outro com o spin para baixo. O nível seguinte é triplamente degenerado e tem uma energia

$$E_{1,1,2} = E_{1,2,1} = E_{2,1,1} = 6(h^2/8mL^2).$$

Como cada um dos estados pode ser ocupado por dois elétrons, este nível é ocupado pelos seis elétrons restantes. Assim, a energia do estado fundamental do sistema é

$$E_{\text{fund}} = (2)(3)(h^2/8mL^2) + (6)(6)(h^2/8mL^2) = 42(h^2/8mL^2)$$

e a energia, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é 42.

Nota: A tabela a seguir mostra a configuração do estado fundamental e as energias dos elétrons envolvidos, em múltiplos de $h^2/8mL^2$.

n_x	n_y	n_z	m_s	energia
1	1	1	−1/2, +1/2	3 + 3
1	1	2	−1/2, +1/2	6 + 6
1	2	1	−1/2, +1/2	6 + 6
2	1	1	−1/2, +1/2	6 + 6
			total	42

26 Para a situação do Problema 23, qual é a energia, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, (a) do primeiro estado excitado, (b) do segundo estado excitado, e (c) do terceiro estado excitado do sistema de oito elétrons? (d) Construa um diagrama de níveis de energia para os primeiros quatro níveis de energia do sistema.

26. De acordo com a Eq. 39-21, os níveis de energia do sistema são dados por

$$E_{n_x,n_y,n_z} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2}+\frac{n_y^2}{L_y^2}+\frac{n_z^2}{L_z^2}\right) = \frac{h^2}{8mL^2}\left(n_x^2+n_y^2+n_z^2\right).$$

O nível fundamental é o nível $E_{1,1,1} = 3(h^2/8mL^2)$, com $n_x = n_y = n_z = 1$.

Os três níveis seguintes são triplamente degenerados:

$$E' = E_{1,1,2} = E_{1,2,1} = E_{2,1,1} = 6(h^2/8mL^2)$$

$$E'' = E_{1,2,2} = E_{2,2,1} = E_{2,1,2} = 9(h^2/8mL^2)$$

$$E''' = E_{1,1,3} = E_{1,3,1} = E_{3,1,1} = 11(h^2/8mL^2).$$

O nível seguinte é não degenerado:

$$E_{2,2,2} = (2^2 + 2^2 + 2^2)(h^2/8mL^2) = 12(h^2/8mL^2).$$

O nível seguinte é seis vezes degenerado e tem uma energia

$$E'''' = 14(h^2/8mL^2).$$

(a) Na segunda configuração de menor energia do sistema do Problema 40-23, que corresponde ao primeiro estado excitado, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo nível está ocupado por cinco elétrons e o terceiro nível está ocupado por um elétron. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{1\text{ex}} = 2E_{1,1,1} + 5E' + E'' = 2(3) + 5(6) + 9 = 45.$$

(b) Na terceira configuração de menor energia do sistema do Problema 40-23, que corresponde ao segundo estado excitado, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo nível está ocupado por cinco elétrons, o terceiro nível está vazio e o quarto nível está ocupado por um elétron. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{2\text{ex}} = 2E_{1,1,1} + 5E' + E'' = 2(3) + 5(6) + 11 = 47.$$

(c) A quarta menor energia do sistema do Problema 40-23, que corresponde ao terceiro estado excitado, está associada a duas diferentes configurações. Na primeira, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo nível está ocupado por cinco elétrons, o terceiro e quarto níveis estão vazios e o quinto nível está ocupado por um elétron. A energia correspondente, em múltiplos de $h^2/8mL^2$, é

$$E_{3\text{ex}} = 2E_{1,1,1} + 5E' + E''' = 2(3) + 5(6) + 12 = 48.$$

Na segunda, o primeiro nível está totalmente ocupado, o segundo está ocupado por quatro elétrons e o terceiro está ocupado por um elétron.

(d) O diagrama a seguir mostra os níveis de energia deste problema e do Problema 40-23.

terceiro estado excitado: $E = 48(h^2/8mL^2)$

segundo estado excitado: $E = 47(h^2/8mL^2)$

primeiro estado excitado: $E = 45(h^2/8mL^2)$

estado fundamental: $E = 42(h^2/8mL^2)$