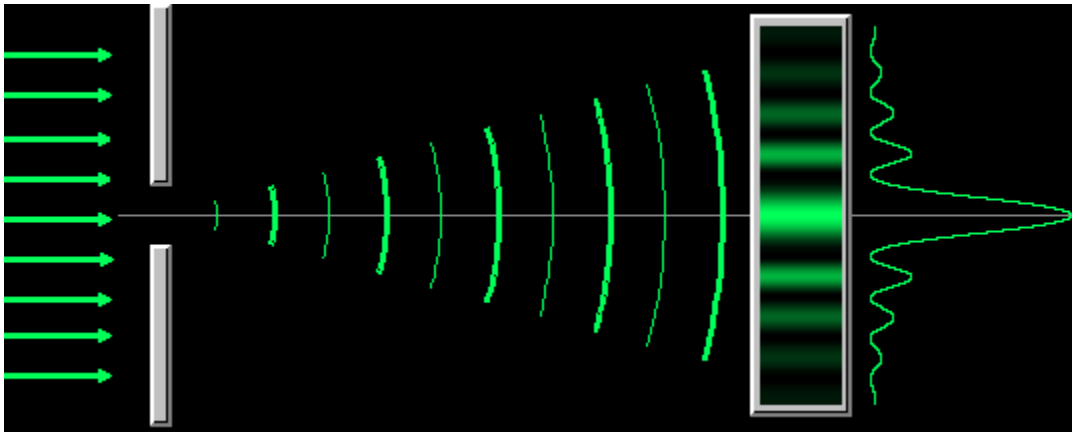


Difração

Introdução

Esta figura de difração apareceu em uma tela de observação quando a luz que havia passado por uma fenda vertical estreita chegou à tela.

A difração fez com que o feixe luminoso se alargasse perpendicularmente a maior dimensão da fenda, produzindo uma figura de interferência constituída por um máximo central e máximos secundários (ou laterais) menos intensos, separados por mínimos.



A Difração e a Teoria Ondulatória da Luz

A difração é um fenômeno essencialmente ondulatório, ou seja, acontece apenas porque a luz se comporta como onda (e é observado também em outros tipos de onda). A difração pode ser definida, sem muito rigor, como o alargamento sofrido por um feixe luminoso ao passar por uma fenda estreita. Algo mais acontece, porém, já que a difração, além de alargar um feixe luminoso, produz uma série de franjas claras e escuras que constituem a chamada **figura de difração**.

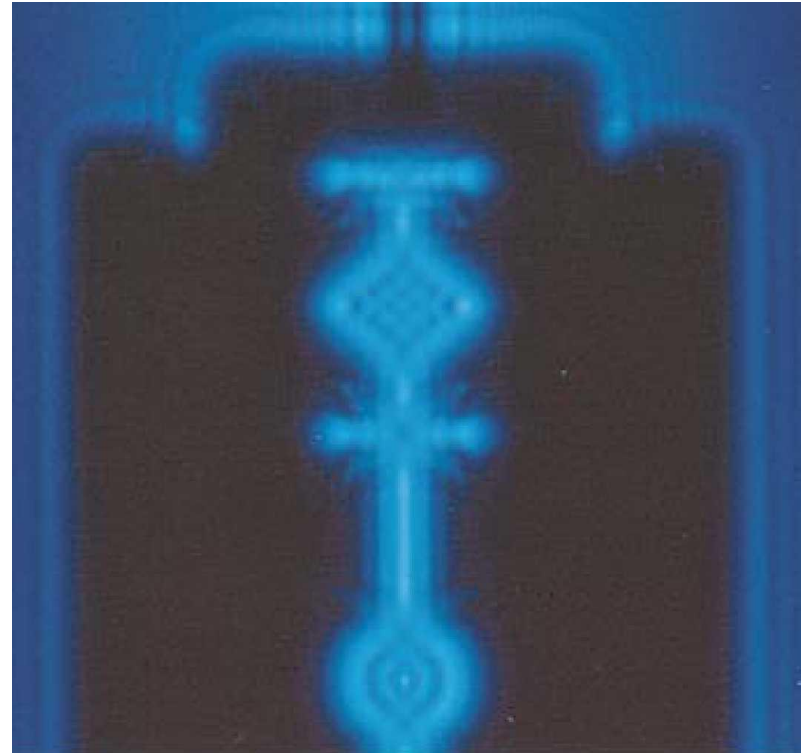
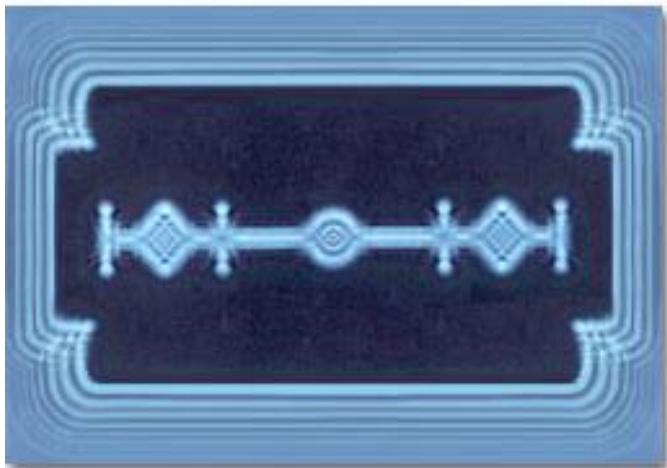
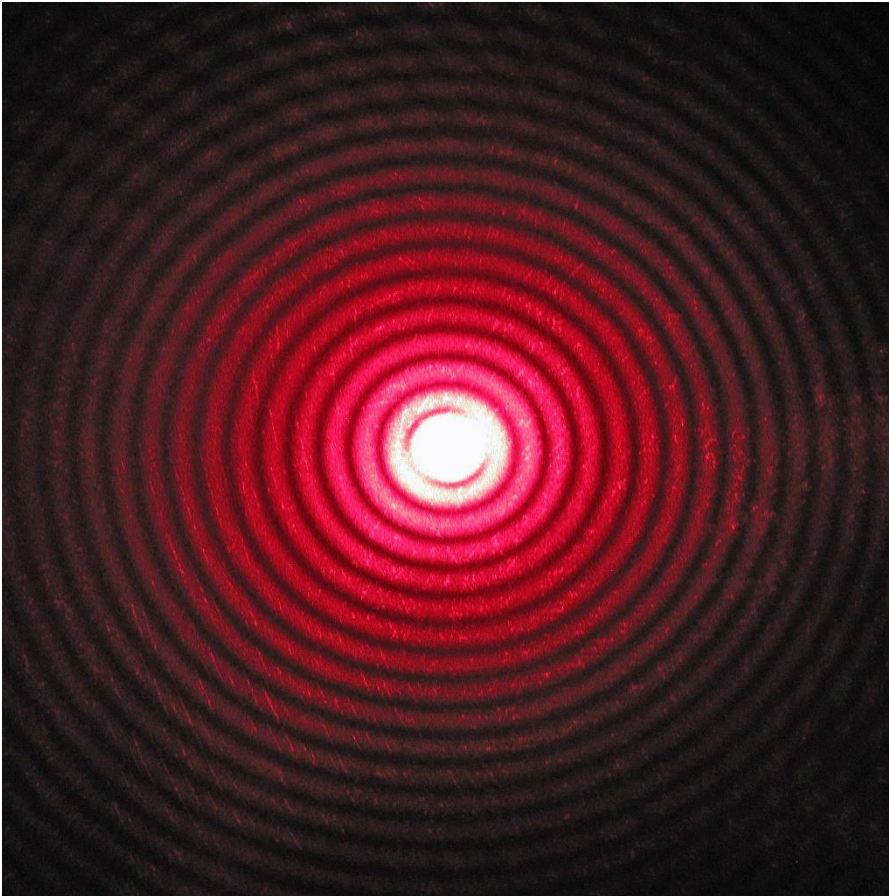


Figura de difração produzida por uma lamina de barbear iluminada com luz monocromática. Observe as linhas alternadamente claras e escuras paralelas as bordas da lamina.

O Ponto Claro de Fresnel



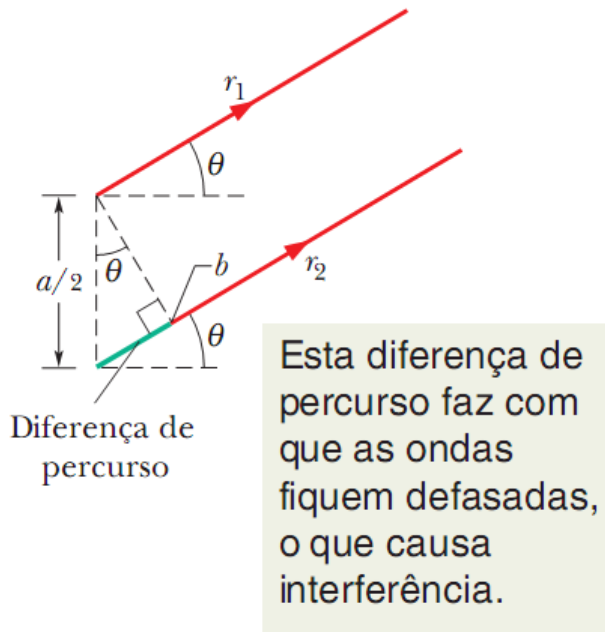
Fotografia da figura de difração produzida por um disco. Observe os anéis de difração concêntricos e o ponto claro de Fresnel no centro. Este experimento é praticamente igual ao que foi realizado pela comissão julgadora para testar a teoria de Fresnel, pois tanto a esfera usada pela comissão como o disco usado para obter esta foto possuem uma seção reta com uma borda circular.

As ondas luminosas são desviadas ao passarem pela superfície de uma esfera, produzindo um ponto claro no centro da sombra da esfera, conhecido como *Ponto Claro de Fresnel*.

Difração por uma Fenda: os Mínimos

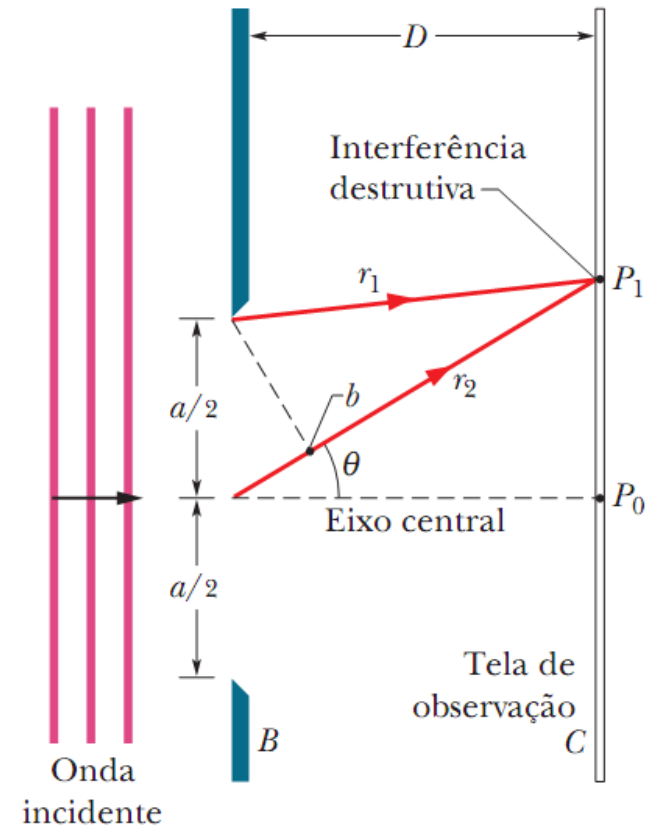
Dividimos mentalmente a fenda em duas regiões da mesma largura $a/2$. Estendemos até P_1 um raio luminoso r_1 proveniente da extremidade superior da região de cima e um raio luminoso r_2 proveniente da extremidade superior da região de baixo.

Os raios provenientes destas extremidades sofrem interferência no ponto P_1 da tela de observação C.



Para $D \gg a$, podemos

supor que os raios r_1 e r_2 são aproximadamente paralelos e fazem um ângulo θ com o eixo central.



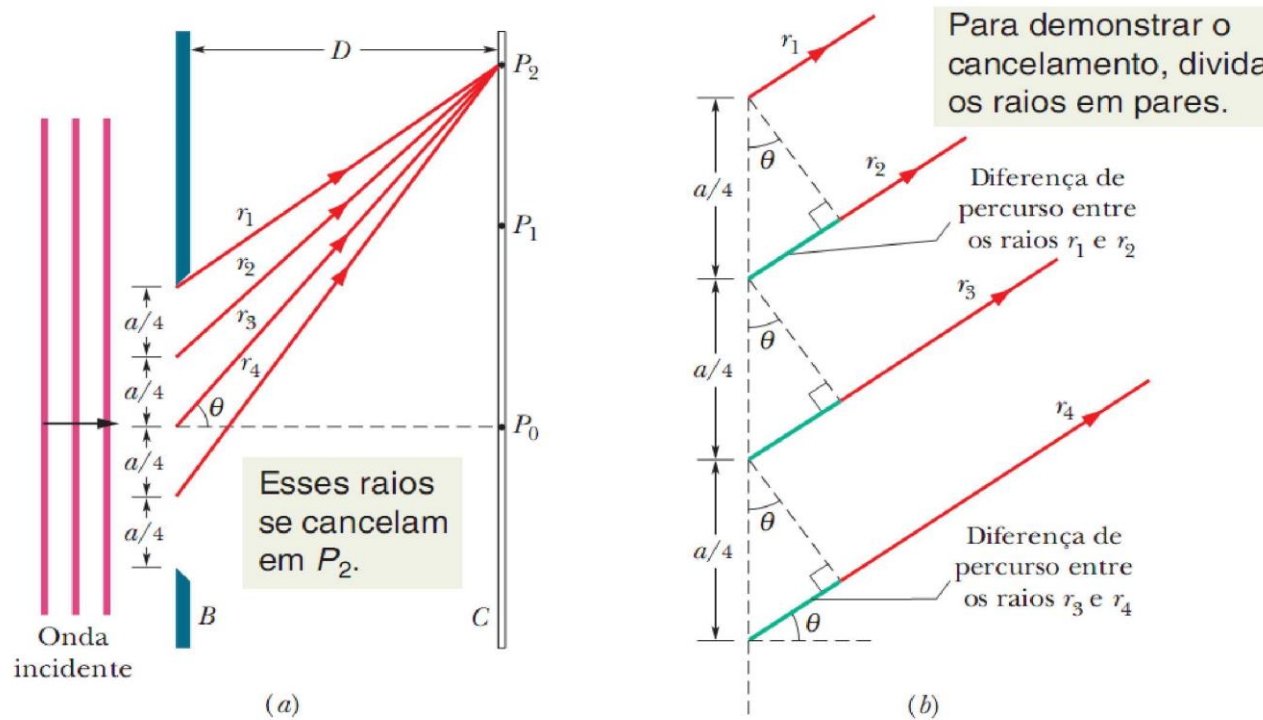
No caso onde $D \gg a$ (porquê esta condição?), para que haja interferência destrutiva no ponto P_1 devemos ter:

$$\frac{a}{2} \text{sen } \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \text{sen } \theta = \lambda \quad (\text{primeiro mínimo})$$

Difração por uma Fenda: os Mínimos

A posição da segunda franja escura pode ser determinada da mesma forma, exceto pelo fato de que, agora, dividimos a fenda em quatro regiões de mesma largura, como mostra a figura



$$\frac{a}{4} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \sin \theta = m\lambda \quad \text{para } m = 1, 2, 3, \dots \text{ (mínimos; franjas escuras)}$$

→ $a \sin \theta = 2\lambda$

Exemplo: Figura de Difração de uma Fenda Iluminada com Luz Branca

Uma fenda de largura “ a ” é iluminada com luz branca. a) Para que valor de “ a ” o primeiro mínimo para a luz vermelha, com $\lambda = 650 \text{ nm}$, aparece em $\theta = 15^\circ$?

A difração ocorre separadamente para cada comprimento de onda presente na luz que passa pela fenda, com as localizações dos mínimos para cada comprimento de onda dadas pela equação: $a \sin \theta = m\lambda$.

Solução: Fazendo $m = 1$ na equação (já que se trata do primeiro mínimo) e usando os valores conhecidos de θ e λ , temos:

$$\begin{aligned} a &= \frac{m\lambda}{\sin \theta} = \frac{(1)(650 \text{ nm})}{\sin 15^\circ} \\ &= 2511 \text{ nm} \approx 2,5 \mu\text{m}. \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

O resultado mostra que, para que o espalhamento da luz incidente seja tão grande ($\pm 15^\circ$ até o primeiro mínimo), é preciso que a fenda seja muito estreita, da ordem de apenas quatro vezes o comprimento de onda. Observe, para efeito de comparação, que um cabelo humano tem cerca de $0,1 \mu\text{m}$ de diâmetro.

(b) Qual é o comprimento de onda λ da luz cujo primeiro máximo secundário está em 15° , coincidindo assim com o primeiro mínimo para a luz vermelha?

Exemplo: Figura de Difração de uma Fenda Iluminada com Luz Branca

Para qualquer comprimento de onda, o primeiro máximo secundário de difração fica aproximadamente a meio caminho entre o primeiro e o segundo mínimo (fato que decorre de observar a figura).

Solução: As posições do primeiro e segundo mínimos são dadas pela equação:

$$a \sin \theta = m\lambda \quad \text{com } m = 1 \text{ e } m = 2$$

Isso significa que a posição aproximada do primeiro máximo secundário pode ser obtida fazendo $m = 1,5$ nessa equação. Assim, temos:

$$a \sin \theta = 1,5\lambda'$$

$$\begin{aligned} \lambda' &= \frac{a \sin \theta}{1,5} = \frac{(2511 \text{ nm})(\sin 15^\circ)}{1,5} \\ &= 430 \text{ nm}. \end{aligned}$$

Este comprimento de onda corresponde a uma luz violeta. Como a razão λ/λ' é independente de a , o primeiro máximo secundário para uma luz com um comprimento de onda de 430 nm sempre coincide com o primeiro mínimo para uma luz com um comprimento de onda de 650 nm, qualquer que seja a largura da fenda. Por outro lado, o ângulo θ para o qual ocorre essa coincidência depende da largura da fenda. Quanto mais estreita a fenda, maior o ângulo θ para o qual ocorre a coincidência e vice-versa.

Método Qualitativo

Vamos achar a intensidade das franjas.
 Para isso a fenda é dividida em N zonas.
 Vamos superpor as ondas destas pequenas zonas que chegam a um ponto na tela sob um ângulo θ .

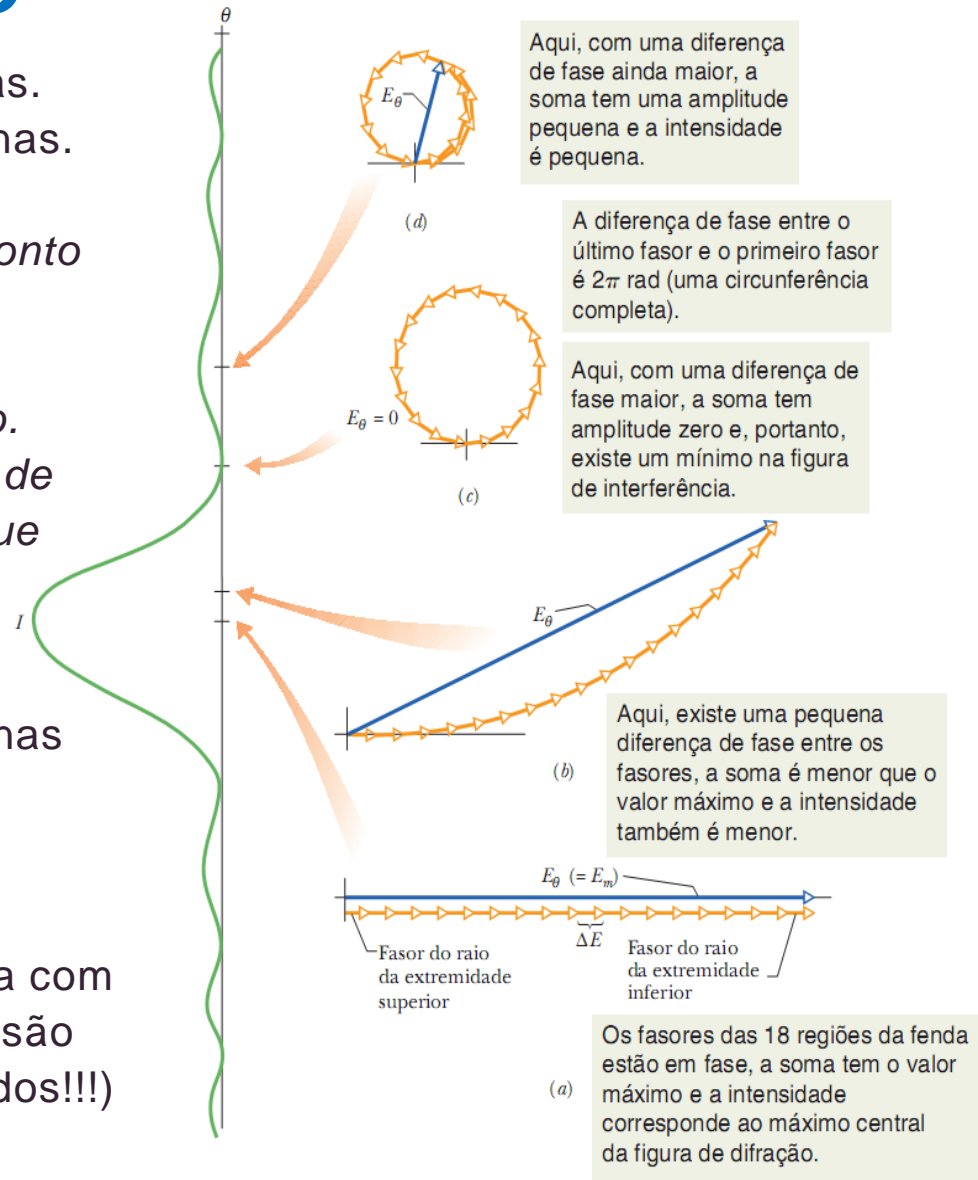
Vamos determinar a amplitude E_θ do campo elétrico resultante neste ponto.
 Para isso precisamos das diferenças de fases entre os feixes de cada zona que é:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L$$

Considerando que o tamanho das zonas seja Δx teremos:

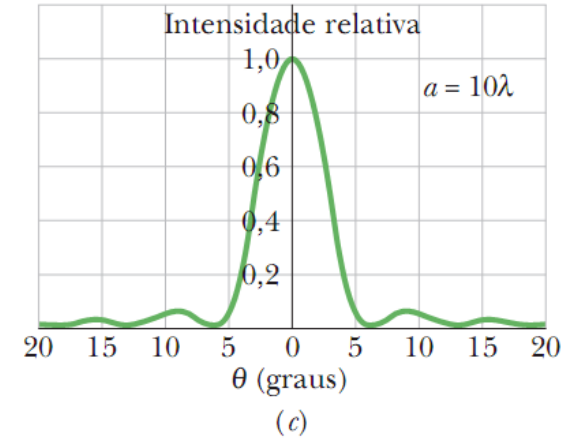
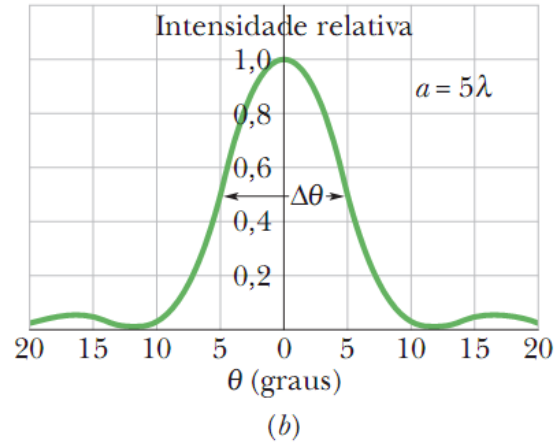
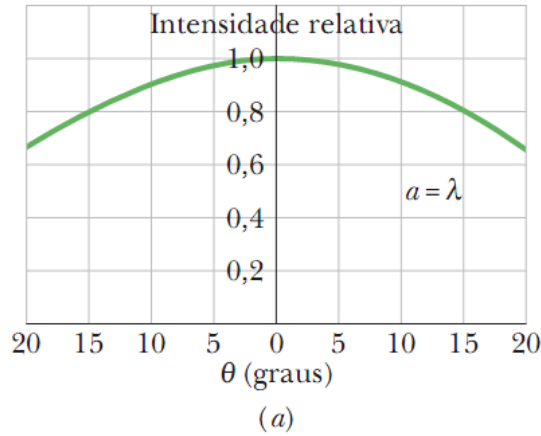
$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \sin \theta$$

Agora somamos os fasores (diagrama com N fasores, ver figura, lembrando que são paralelos!!!, mesmo ângulo θ para todos!!!)



Diagramas fasoriais para $N = 18$ fasores, o que equivale a dividir uma fenda em 18 regiões. As amplitudes E_θ resultantes são mostradas (a) para o máximo central em $\theta = 0$; (b) para um ponto na tela que corresponde a um pequeno ângulo com o eixo central; (c) para o primeiro mínimo; (d) para o primeiro máximo secundário.

Método Quantitativo



Intensidade relativa da figura de difração de uma fenda para três valores da razão a/λ . Quanto maior e a fenda, mais estreito e o máximo central.

As intensidades são dadas por

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

onde

$$\alpha = \frac{1}{2}\phi = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

Os mínimos são dados por $\alpha = m \lambda$ para $m = 1, 2, 3, \dots$

$$m\pi = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta \quad \text{para } m = 1, 2, 3, \dots$$

$a \sin \theta = m\lambda$ para $m = 1, 2, 3, \dots$ (mínimos; franjas escuras)

Método Quantitativo: equações

O ângulo ϕ da figura é o ângulo entre os dois raios R . A linha tracejada, que é a bissetriz de ϕ , forma dois triângulos iguais.

$$\text{sen } \frac{1}{2}\phi = \frac{E_\theta}{2R}$$

$$\phi = \frac{E_m}{R}$$

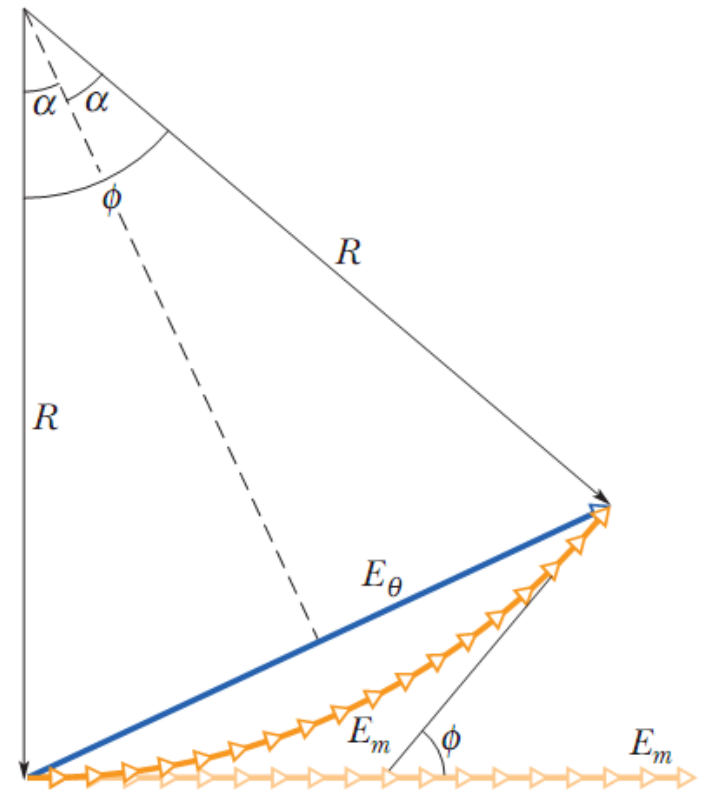
$$E_\theta = \frac{E_m}{\frac{1}{2}\phi} \text{sen } \frac{1}{2}\phi$$

$$\frac{I(\theta)}{I_m} = \frac{E_\theta^2}{E_m^2}$$

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad \Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right) (\Delta x \text{ sen } \theta)$$

A diferença de fase $\Delta\phi$ entre os raios das zonas dos extremos da fenda será = $a \text{ sen } \theta$ e como $\alpha = \phi/2$ obtemos a 2ª equação:

$$\alpha = \frac{1}{2}\phi = \frac{\pi a}{\lambda} \text{ sen } \theta$$



Construção usada para calcular a intensidade da figura de difração de uma fenda.

Resolver: Intensidades dos Máximos de Difração em uma Fenda

Determine as intensidades dos três primeiros máximos secundários da figura de difração de uma fenda da figura, expressas como porcentagens da intensidade do máximo central.

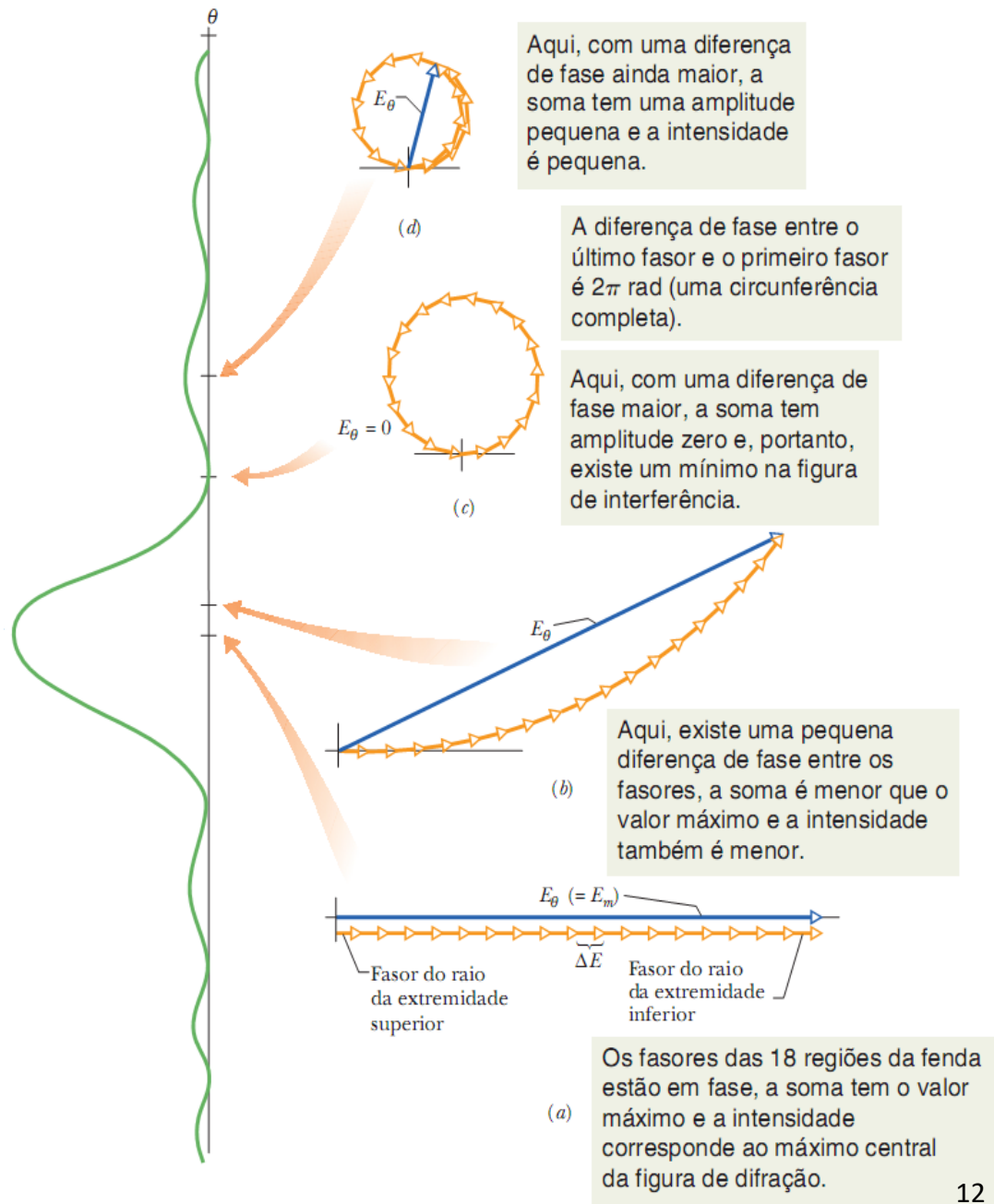
Os máximos secundários estão aproximadamente a meio caminho entre os mínimos, cujas localizações são dadas pela equação:

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \right)^2$$

As localizações dos máximos secundários são, portanto, dadas (aproximadamente) por:

$$\alpha = (m + 1/2)\pi \quad \text{para } m = 1, 2, 3, \dots,$$

onde α é medido em radianos.



Resolver: Intensidades dos Máximos de Difração em uma Fenda

Solução: Substituindo os valores aproximados de α para os máximos secundários na equação da intensidade, obtemos:

$$\frac{I}{I_m} = \left(\frac{\text{sen } \alpha}{\alpha} \right)^2 = \left(\frac{\text{sen}(m + \frac{1}{2})\pi}{(m + \frac{1}{2})\pi} \right)^2, \text{ para } m = 1, 2, 3, \dots,$$

O primeiro máximo secundário corresponde a $m=1$ e sua intensidade relativa é:

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{I_m} &= \left(\frac{\text{sen}(1 + \frac{1}{2})\pi}{(1 + \frac{1}{2})\pi} \right)^2 = \left(\frac{\text{sen } 1,5\pi}{1,5\pi} \right)^2 \\ &= 4,50 \times 10^{-2} \approx 4,5\%. \end{aligned} \quad \text{(Resposta)}$$

Para $m = 2$ e $m = 3$, obtemos:

$$\frac{I_2}{I_m} = 1,6\% \quad \text{e} \quad \frac{I_3}{I_m} = 0,83\%. \quad \text{(Resposta)}$$

Como mostram esses resultados, a intensidade dos máximos secundários é muito menor que a do máximo principal;

Difração por uma Abertura Circular

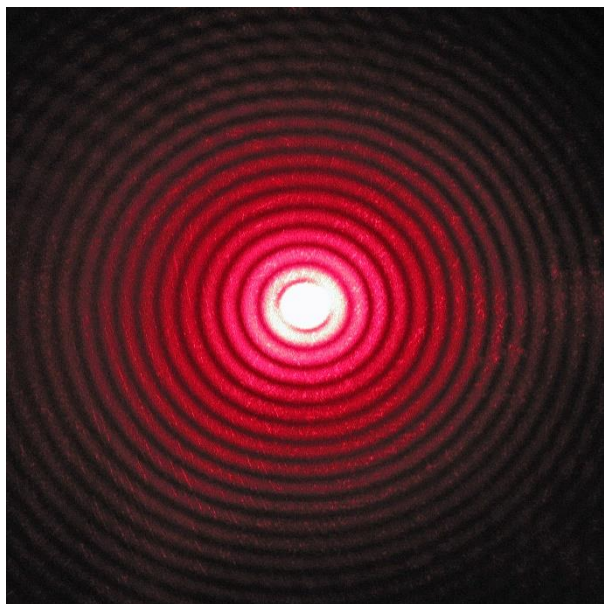


Figura de difração de uma abertura circular. Observe o máximo central e os máximos secundários circulares. A fotografia foi superexposta para tornar mais visíveis os máximos secundários, que são muito menos intensos que o máximo central

$$\text{sen } \theta = 1,22 \frac{\lambda}{d} \quad (\text{primeiro mínimo; abertura circular})$$

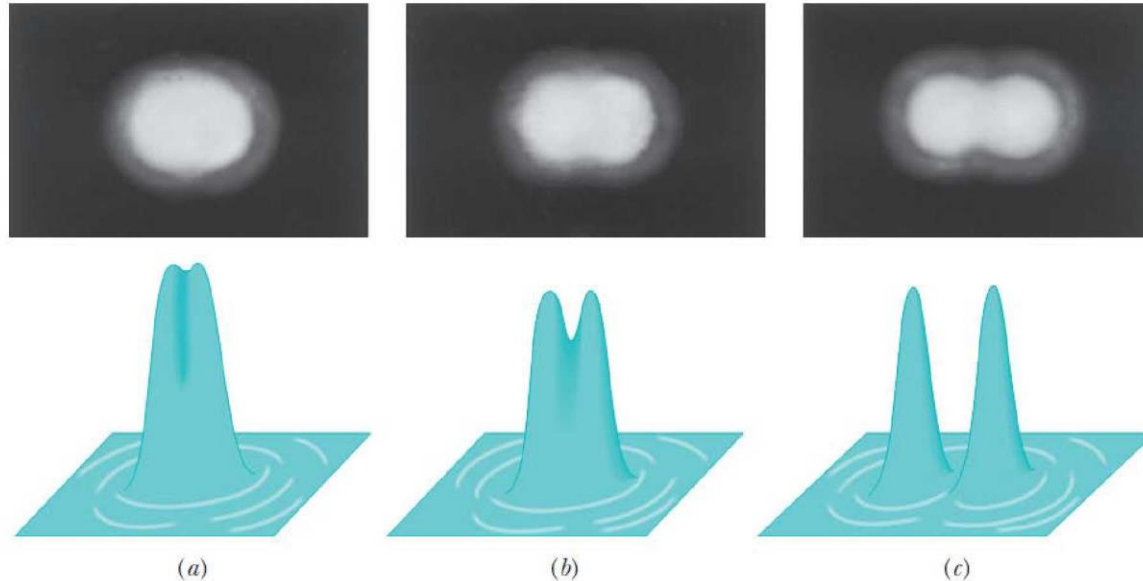
$$\text{sen } \theta = \frac{\lambda}{a} \quad (\text{primeiro mínimo; fenda única})$$

As equações são quase iguais, a não ser pelo fator 1,22 que decorre do tratamento matemático que neste caso (fenda circular) é mais complicado.

Uma questão mais interessante aqui é definir quando conseguimos distinguir duas fontes pontuais (tipo duas estrelas).



Difração por uma Abertura Circular: Resolução

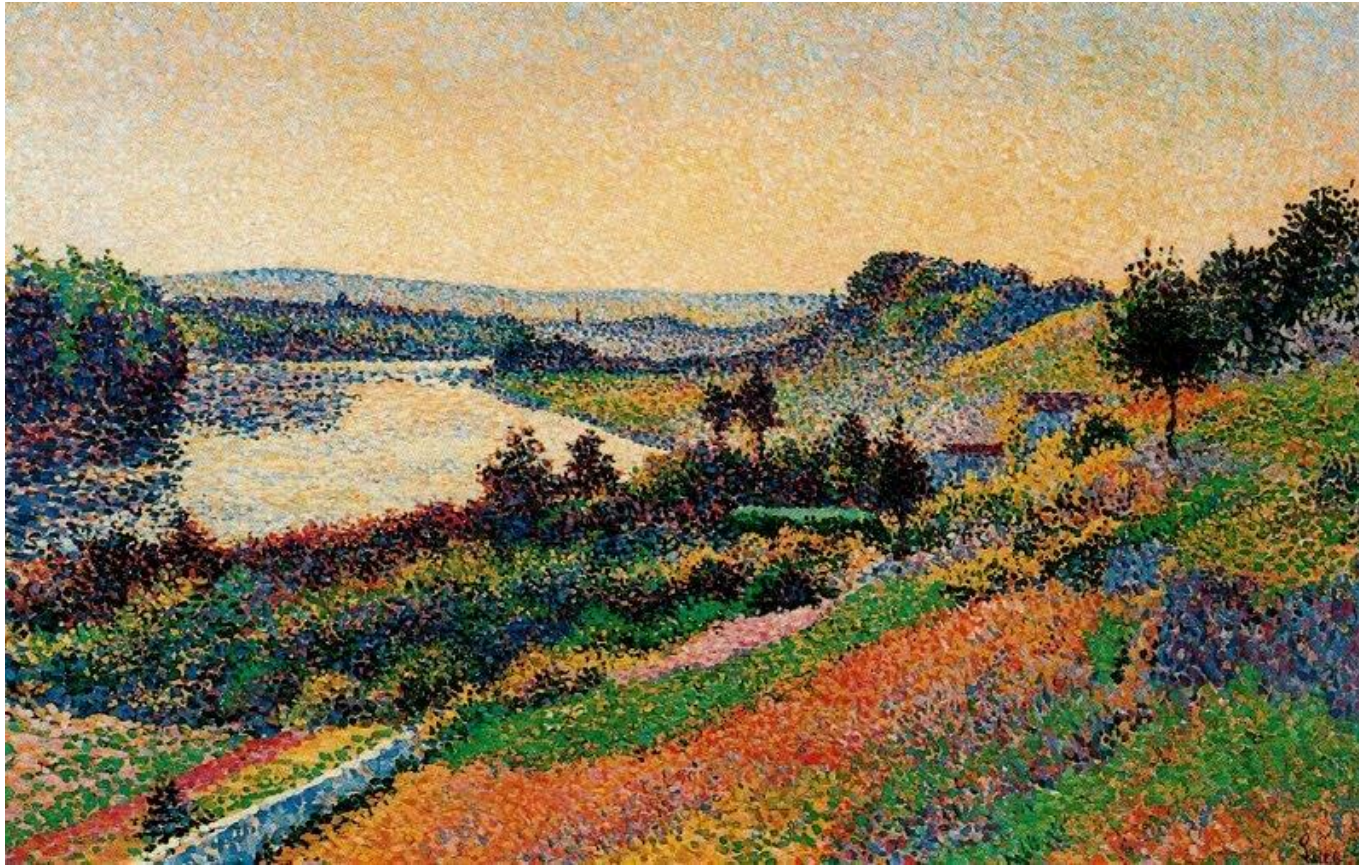


Em cima, imagens de duas fontes pontuais (estrelas) formadas por uma lente convergente. Embaixo, representações da intensidade das imagens. Em **(a)**, a separação angular das fontes é pequena demais para que possam ser distinguidas; em **(b)** as fontes mal podem ser distinguidas; em **(c)**, as fontes podem ser perfeitamente distinguidas. O critério de Rayleigh é satisfeito em **(b)**, com o máximo de uma das figuras de difração coincidindo com o mínimo da outra.

Dois objetos mal podem ser resolvidos quando a separação angular é:

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d} \quad (\text{critério de Rayleigh})$$

Difração por uma Abertura Circular: Resolução



A pintura pontilhista “O Sena em Herblay” de Maximilien Luce (1890), é formada por milhares de pontos coloridos.

Podemos ver os pontos e suas cores verdadeiras se examinamos a pintura de perto; À distância, porém, os pontos não podem ser resolvidos e as cores se misturam.

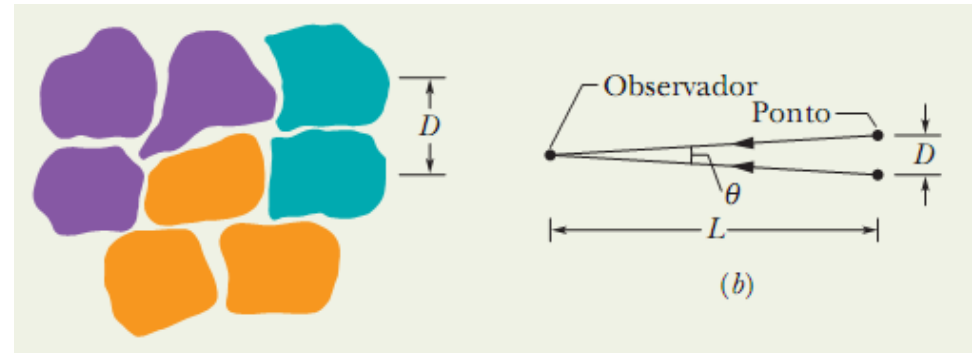
Exemplo: Pinturas Pontilhistas e a Difração da Pupila

A figura é uma vista ampliada dos pontos coloridos de uma pintura pontilhista.

Suponha que a distancia media entre os centros dos pontos é $D = 2,0$ mm.

Suponha também que o diâmetro da pupila do olho do observador é $d = 1,5$ mm e que a menor separação angular entre os pontos que o olho pode resolver é dada pelo critério de Rayleigh.

Qual e a menor distancia de observação na qual os pontos não podem ser resolvidos para nenhuma cor?

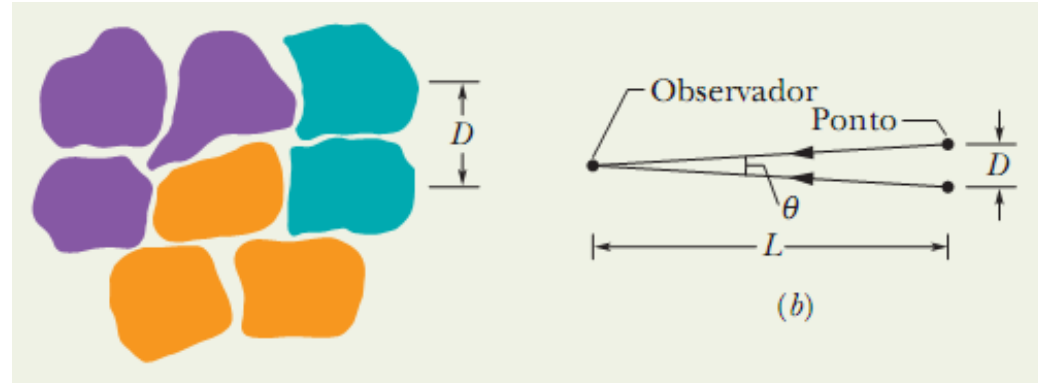


Considere dois pontos vizinhos que o observador é capaz de distinguir quando está próximo da pintura. Ao se afastar da pintura, o observador continua a distinguir os pontos até que a separação angular θ dos pontos seja igual ao ângulo dado pelo critério de Rayleigh:

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d} \quad (\text{critério de Rayleigh})$$

Exemplo: Pinturas Pontilhistas e a Difração da Pupila

Solução: a figura mostra, a separação angular θ dos pontos, a distancia D entre os centros dos pontos e a distancia L do observador. Como a razão D/L é pequena, o angulo θ também é pequeno e podemos usar a seguinte aproximação:



$$\theta = \frac{D}{L}$$

Considerando que:

$$\theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

obtemos:

$$L = \frac{Dd}{1,22\lambda}$$

De acordo com a equação, quanto menor o valor de λ , maior o valor de L . Assim, quando o observador se afasta da pintura, os pontos vermelhos (a cor de maior comprimento de onda) se tornam indistinguíveis antes que os pontos azuis. Para calcular a menor distancia L na qual os pontos não podem ser resolvidos para *nenhuma* cor, fazemos $\lambda = 400$ nm (menor comprimento da luz visível, correspondente ao violeta). Substituindo os valores obtemos:

$$L = \frac{(2,0 \times 10^{-3} \text{ m})(1,5 \times 10^{-3} \text{ m})}{(1,22)(400 \times 10^{-9} \text{ m})} = 6,1 \text{ m.}$$

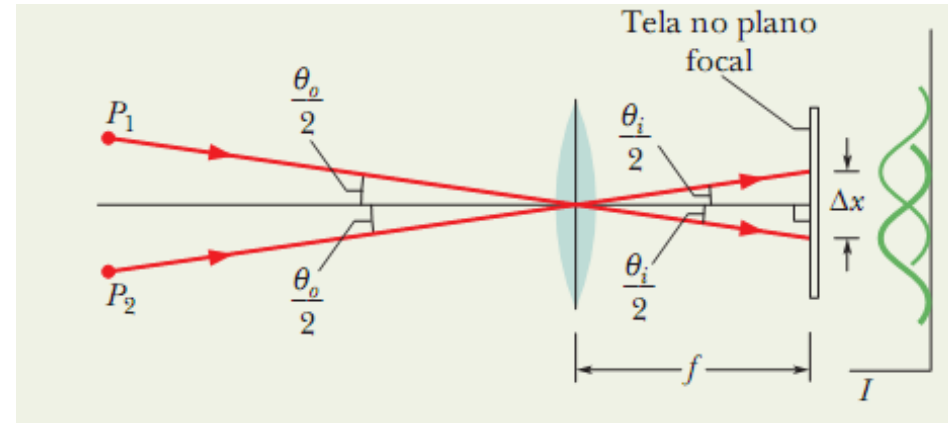
(Resposta)

A esta distância ou a uma distância maior, as cores dos pontos vizinhos se misturam; a cor percebida em cada região do quadro é uma cor que pode nem existir na pintura.

Exemplo: O Critério de Rayleigh para Resolver Dois Objetos Distantes

Uma lente convergente circular, de diâmetro $d = 32$ mm e distância focal $f = 24$ cm, forma imagens de objetos pontuais distantes no plano focal da lente. O comprimento de onda de luz utilizada é $\lambda = 550$ nm.

(a) Considerando a difração introduzida pela lente, qual deve ser a separação angular entre dois objetos pontuais distantes para que o critério de Rayleigh seja satisfeito?



Na figura a luz proveniente de dois objetos pontuais distantes, P_1 e P_2 , passa por uma lente convergente e forma imagens em uma tela de observação no plano focal da lente.

Apenas um raio representativo de cada objeto é mostrado na figura.

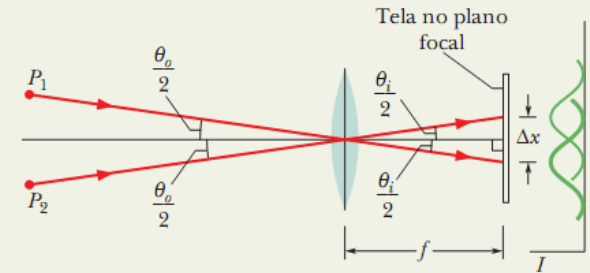
As imagens não são pontos e sim figuras de difração, com intensidades como as representadas aproximadamente do lado direito em cor verde.

A separação angular dos objetos é θ_o e a separação angular das imagens é θ_i ; a distância entre os máximos centrais das imagens é Δx .

Exemplo: O Critério de Rayleigh para Resolver Dois Objetos Distantes

Solução: Substituindo os valores numéricos nas equações, temos:

$$\begin{aligned}\theta_o = \theta_i = \theta_R &= 1,22 \frac{\lambda}{d} \\ &= \frac{(1,22)(550 \times 10^{-9} \text{ m})}{32 \times 10^{-3} \text{ m}} = 2,1 \times 10^{-5} \text{ rad. (Resposta)}\end{aligned}$$



Para esta separação angular, o máximo central de cada uma das curvas de intensidade coincide com o primeiro mínimo da outra curva.

(b) Qual é a separação Δx dos centros das *imagens* no plano focal? (Ou seja, qual é a separação dos picos *centrais* das duas curvas?)

Solução: Analisando o triângulo formado por um dos raios, o eixo central e a tela na figura, vemos que $\text{tg } \theta/2 = \Delta x/2f$. Explicitando Δx e supondo que o ângulo θ é suficientemente pequeno para que $\text{tg } \theta = \theta$, obtemos:

$$\Delta x = f \theta_i$$

onde θ_i é medido em radianos. Substituindo f e θ_i por valores numéricos, temos:

$$\Delta x = (0,24 \text{ m})(2,1 \times 10^{-5} \text{ rad}) = 5,0 \text{ } \mu\text{m. (Resposta)}$$

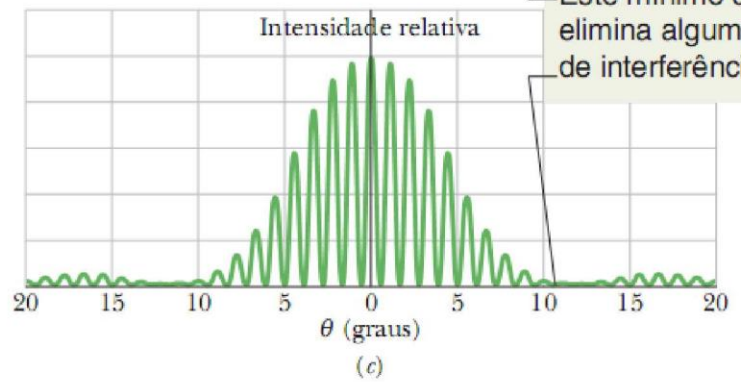
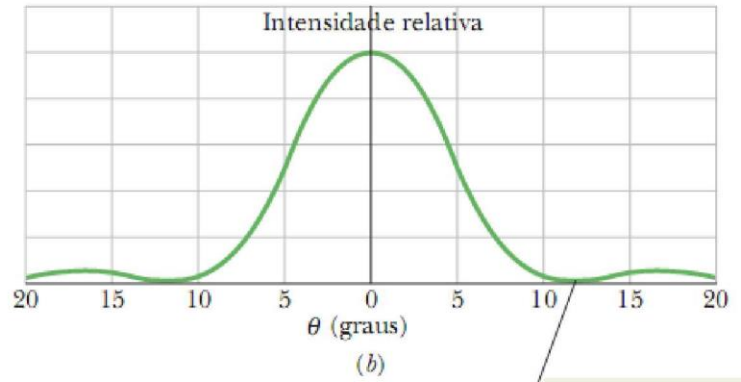
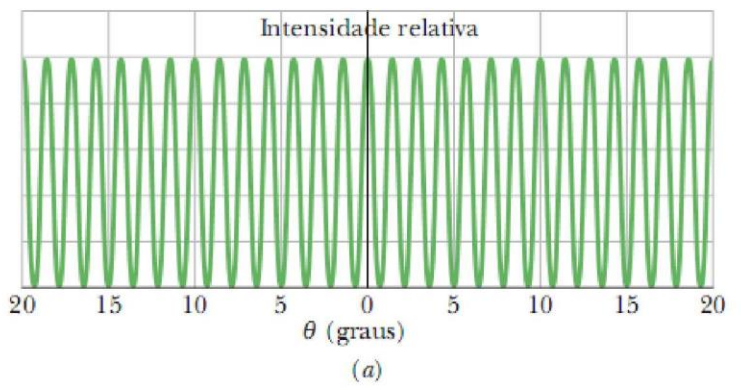
Difração por Duas Fendas

(a) gráfico teórico da intensidade em um experimento de interferência com duas fendas infinitamente estreitas. (b) Gráfico teórico da difração produzida por uma única fenda de largura finita. (c) Gráfico teórico da intensidade em um experimento com duas fendas de largura finita. A curva de (b) se comporta como uma envoltória, modulando a intensidade das franjas de (a). Observe que os primeiros mínimos da curva de difração de (b) eliminam as franjas de (a) que estariam presentes nas proximidades de 12° em (c). A intensidade da figura de interferência é dada por

$$I(\theta) = I_m(\cos^2 \beta) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

em que

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \quad \text{e} \quad \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

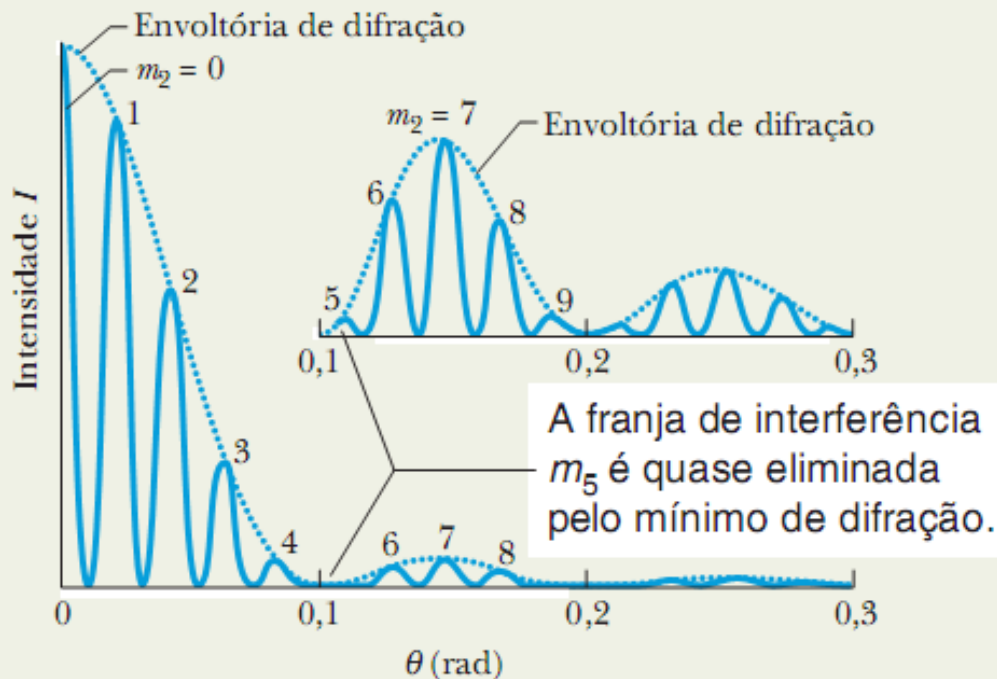


Este mínimo de difração elimina algumas franjas de interferência.

Exemplo: Experimento de Dupla Fenda Levando em Conta os Efeitos de Difração

Em um experimento de dupla fenda, o comprimento de onda λ da luz incidente é 405 nm, a distancia d entre as fendas é 19,44 μm e a largura a das fendas é 4,050 μm . Considere a interferência da luz que passa pelas duas fendas e também a difração da luz em cada fenda.

(a) Quantas franjas claras podem ser observadas no pico central da envoltória de difração?



Na figura se observa a metade do gráfico de intensidade em um experimento de interferência de duas fendas; a envoltória de difração esta indicada por uma linha pontilhada. A curva menor mostra (com a escala vertical expandida) o gráfico de intensidade para os dois primeiros picos secundários da envoltória de difração.

Exemplo: Experimento de Dupla Fenda Levando em Conta os Efeitos de Difração

1. *Difração nas fendas:* Os limites do pico central são os primeiros mínimos da figura de difração produzida isoladamente por uma das fendas. A posição desses mínimos é dada pela equação: $a \sin \theta = m\lambda$. Vamos escrever esta equação na forma: $a \sin \theta = m_1\lambda$, onde o índice 1 mostra que se trata de difração por uma fenda. Para obter a localização dos primeiros mínimos, fazemos $m_1 = 1$. O resultado é o seguinte:

$$a \sin \theta = \lambda$$

2. *Interferência nas duas fendas:* A posição das franjas claras em uma figura de interferência de duas fendas é dada por:

$$d \sin \theta = m_2 \lambda$$

Onde o índice 2 mostra que se trata de difração por duas fendas

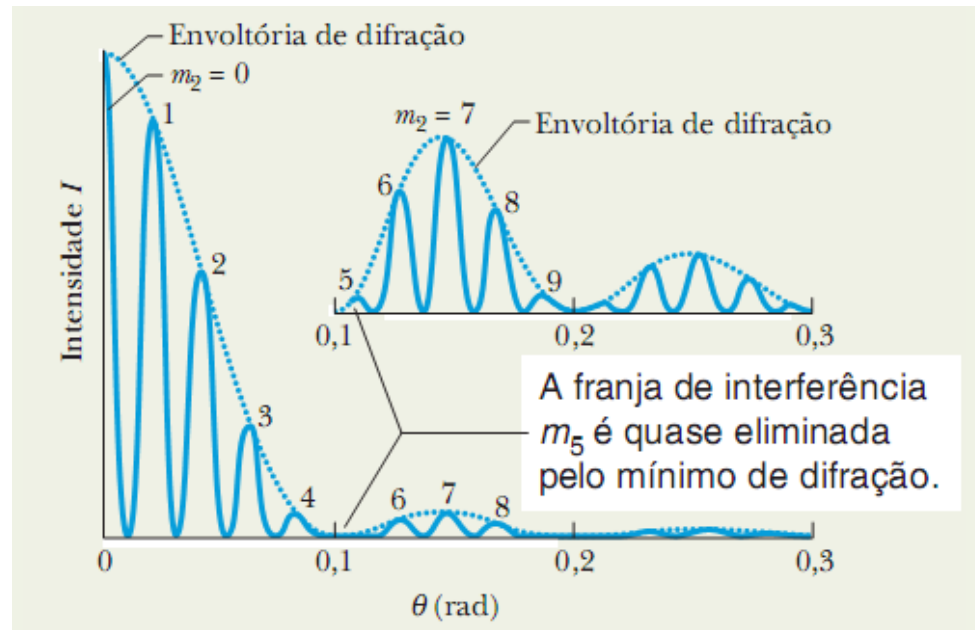
Solução: Podemos determinar a posição do primeiro mínimo de difração dentro da figura de interferência de duas fendas dividindo as equações acima e explicitando m_2 . Fazendo isso e substituindo d e a por valores numéricos, obtemos:

$$m_2 = \frac{d}{a} = \frac{19,44 \mu\text{m}}{4,050 \mu\text{m}} = 4,8.$$

Exemplo: Experimento de Dupla Fenda Levando em Conta os Efeitos de Difração

$$m_2 = \frac{d}{a} = \frac{19,44 \mu\text{m}}{4,050 \mu\text{m}} = 4,8.$$

De acordo com este resultado, a franja clara de interferência com $m = 4$ pertence ao pico central da figura de difração de uma fenda, mas o mesmo não acontece com a franja clara com $m_2 = 5$. O pico central de difração inclui a franja de interferência central ($m_2 = 0$) e quatro franjas secundárias (ate $m_2 = 4$) de cada lado. Assim, o pico central da figura de difração contem nove franjas de interferência. As franjas claras de um lado da franja central aparecem na figura abaixo



(b) Quantas franjas claras podem ser observadas em um dos dois primeiros máximos secundários da figura de difração?

Exemplo: Experimento de Dupla Fenda Levando em Conta os Efeitos de Difração

Os limites externos dos primeiros máximos secundários são os segundos mínimos de difração, que correspondem às soluções da equação: $a \sin \theta = m_1 \lambda$ com $m_1 = 2$

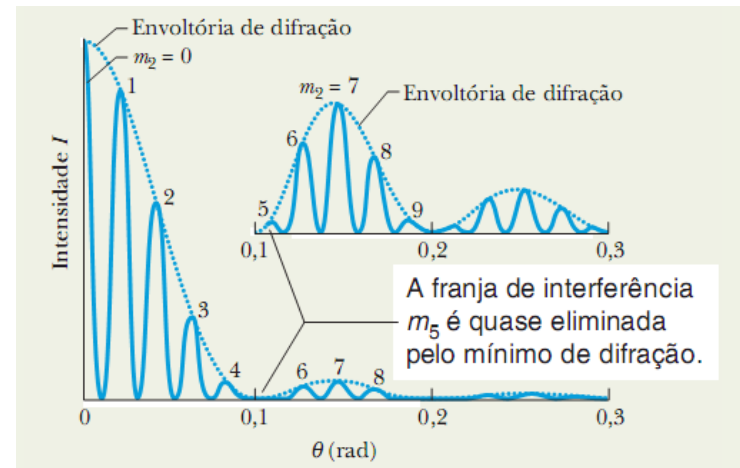
$$a \sin \theta = 2\lambda$$

Combinando esta equação com

$$d \sin \theta = m_2 \lambda,$$

Obtemos:

$$m_2 = \frac{2d}{a} = \frac{(2)(19,44 \mu\text{m})}{4,050 \mu\text{m}} = 9,6.$$



De acordo com este resultado, o segundo mínimo de difração ocorre pouco antes que apareça a franja clara de interferência com $m_2 = 10$ (ver equação acima). Dentro de um dos dois primeiros máximos secundários de difração temos as franjas de interferência correspondentes a $m_2 = 5$ até $m_2 = 9$, ou seja, um total de cinco franjas claras (veja a figura). Entretanto, se descartarmos a franja correspondente a $m_2 = 5$, que é praticamente eliminada pelo primeiro mínimo de difração, teremos apenas quatro franjas claras em cada primeiro máximo secundário de difração.

Redes de Difração

Uma rede de difração é um arranjo semelhante ao do experimento de dupla fenda, exceto pelo fato de que o número de fendas pode chegar a milhares por milímetro.

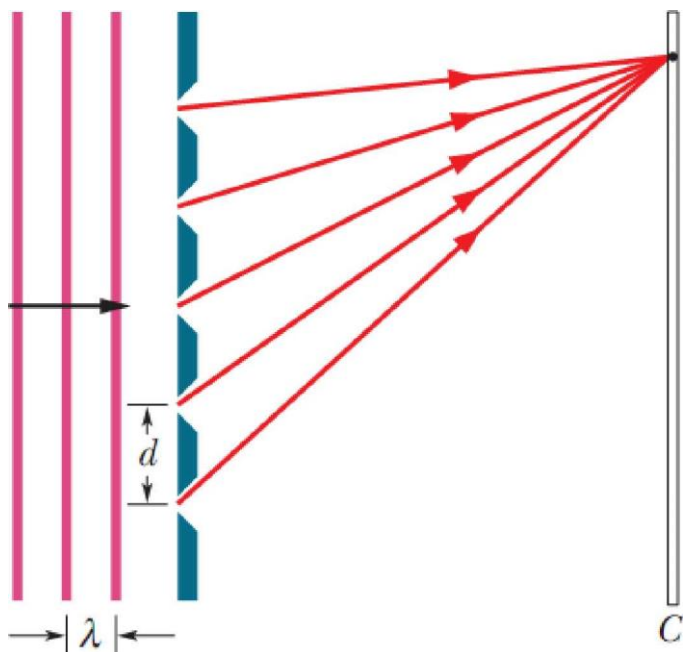


Figura: Rede de difração simplificada, com apenas cinco fendas, que produz uma figura de interferência em uma tela de observação distante.

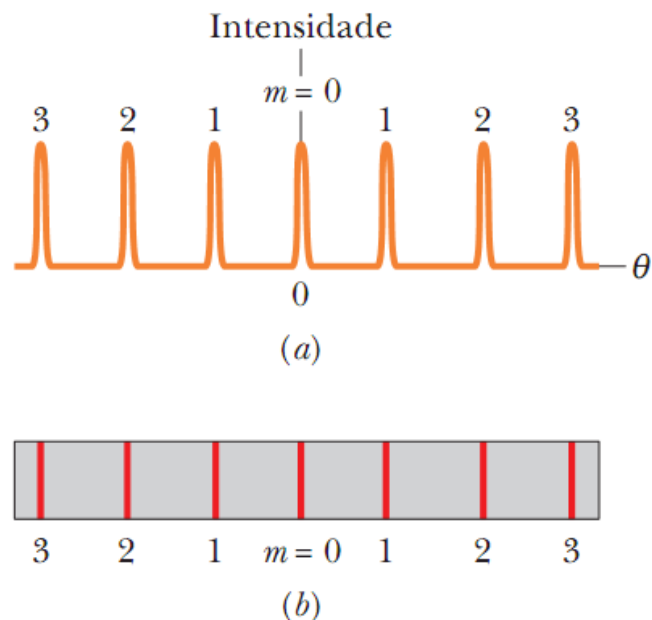
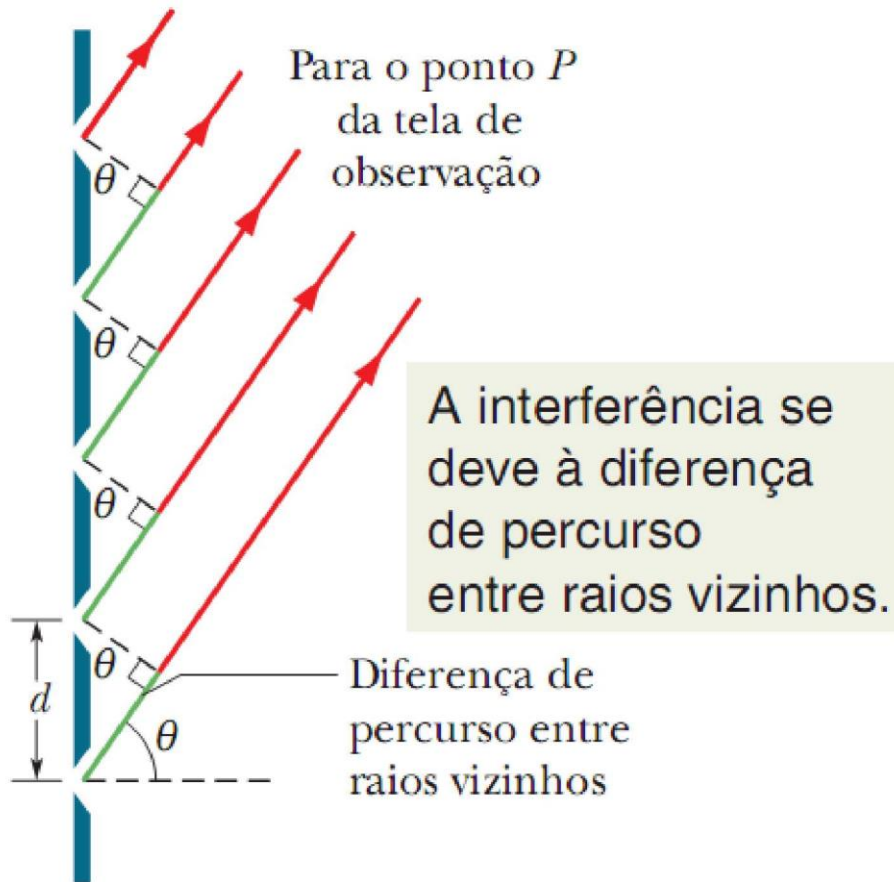


Figura (a) Curva de intensidade produzida por uma rede de difração com muitas ranhuras é constituída por picos estreitos, que aqui aparecem rotulados pelos números de ordem, m . **(b)** As franjas claras correspondentes, observadas na tela, são chamadas de linhas e também foram rotuladas pelo número de ordem m .

Redes de Difração

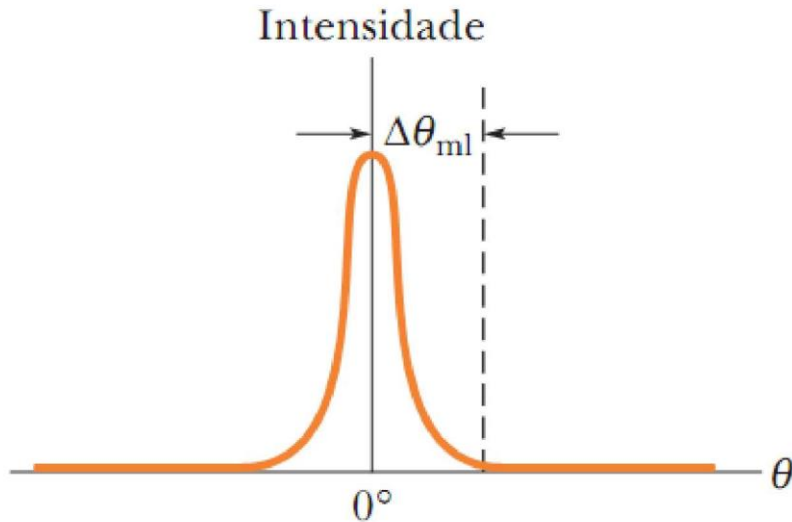


Na figura se observam os raios que vão das ranhuras de uma rede de difração até um ponto distante P (eles são aproximadamente paralelos).

A diferença de percurso entre raios vizinhos é $d \sin \theta$, onde θ é o ângulo indicado na figura (as ranhuras se estendem para dentro e para fora do papel).

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad \text{para } m = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{máximos; linhas})$$

Redes de Difração: Largura das Linhas

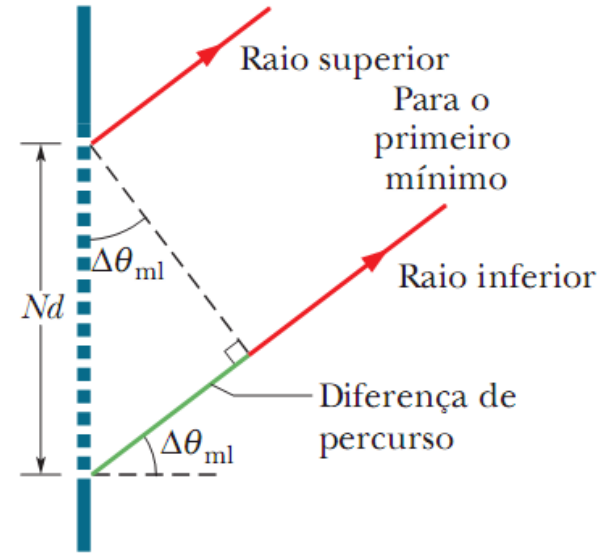


A meia largura de linha

$\Delta\theta_{ml}$ da linha central é medida entre o centro da linha e o mínimo mais próximo em um gráfico de I em função de θ

$$Nd \sin \Delta\theta_{ml} = \lambda$$

$$\Delta\theta_{ml} = \frac{\lambda}{Nd} \quad (\text{meia largura da linha central})$$

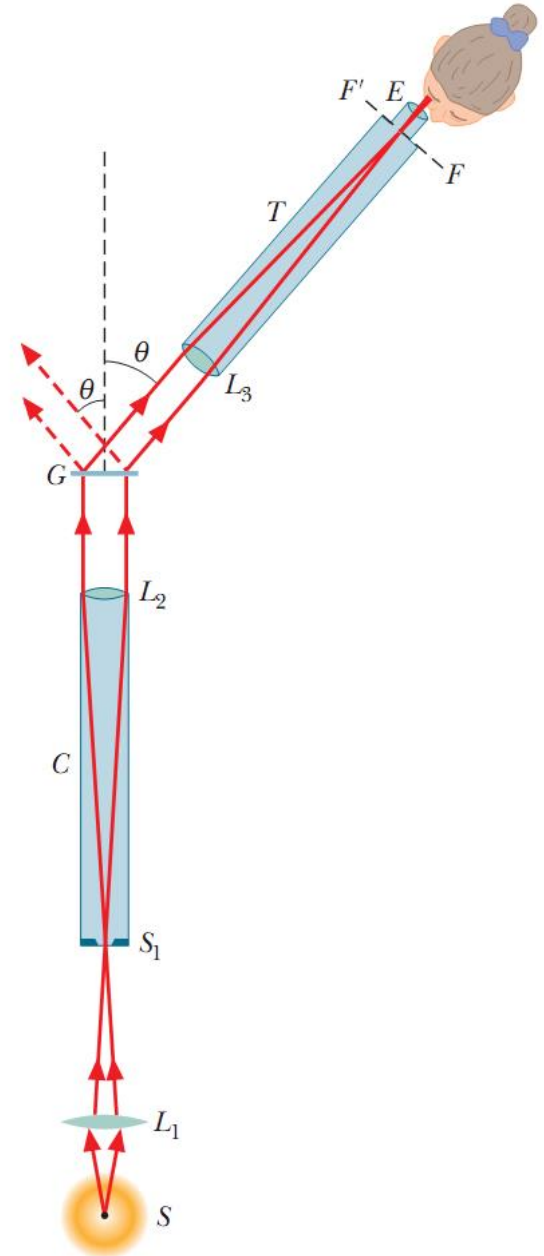
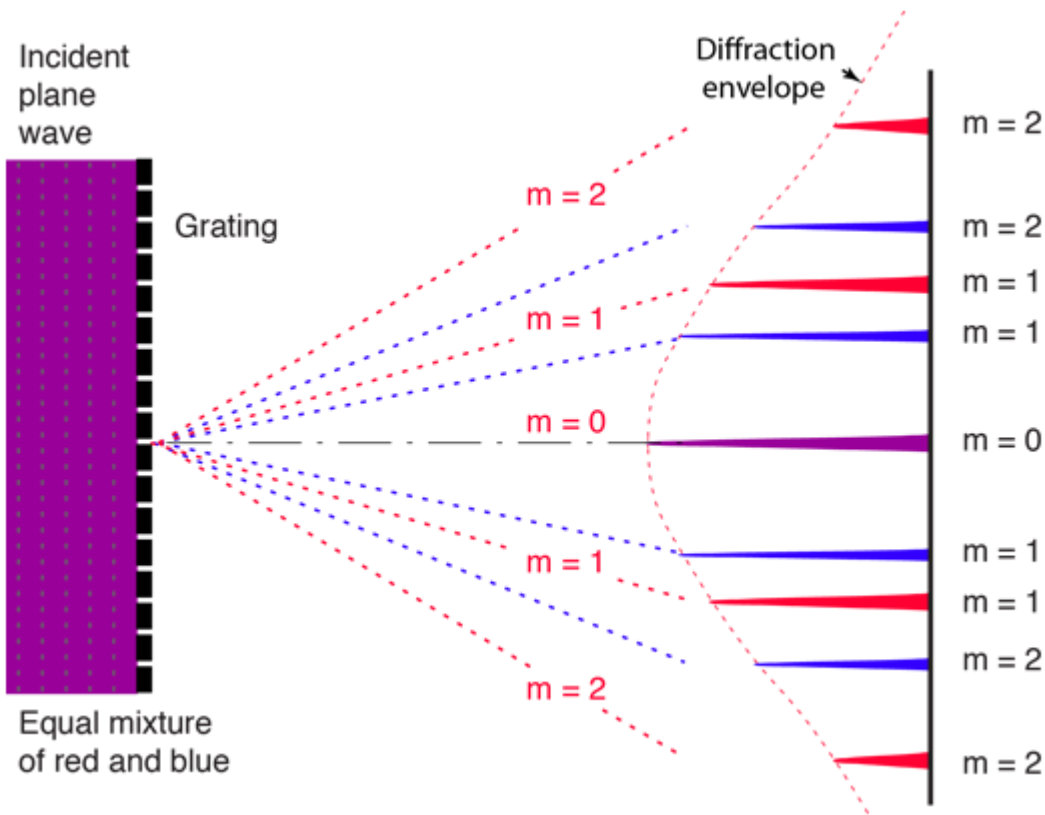


As extremidades superior e inferior de uma rede de difração com N ranhuras estão separadas por uma distancia Nd . A diferença de percurso entre os raios que passam pelas ranhuras das extremidades é $Nd \sin \Delta\theta_{m1}$, onde $\Delta\theta_{m1}$ é o ângulo correspondente ao primeiro mínimo (O ângulo aparece aqui exagerado para tornar o desenho mais claro).

$$\Delta\theta_{ml} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} \quad (\text{meia largura da linha em } \theta)$$

Redes de Difração: Espectroscópio

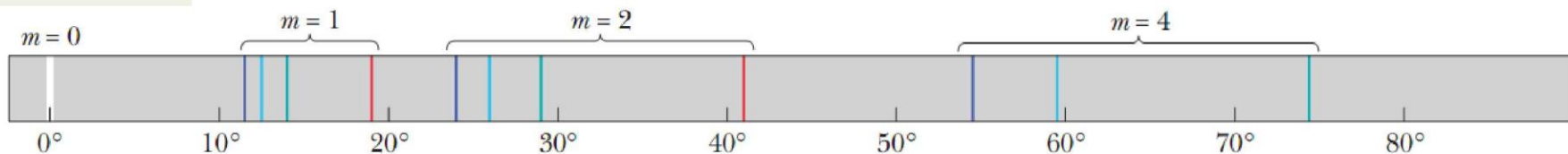
Um tipo simples de espectroscópio, baseado em uma rede de difração, usado para analisar os comprimentos de onda emitidos pela fonte S



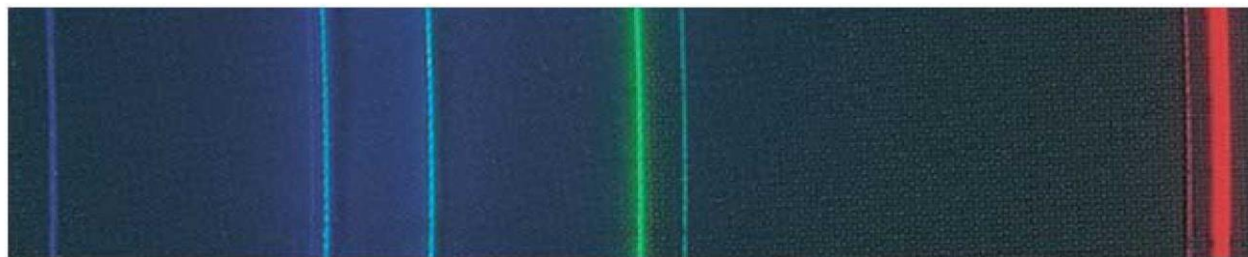
Redes de Difração: Espectroscópio

Este é o centro do espectro.

As linhas das ordens mais altas ficam mais espalhadas.



Linhas de emissão de ordem, zero, um, dois e quatro do hidrogênio na faixa da luz visível. Observe que as linhas são mais afastadas para grandes ângulos (São também mais largas e menos intensas, embora isso não seja mostrado na figura acima)



Linhas de emissão do cadmio na faixa da luz visível, observadas através de um espectroscópio

Redes de Difração: Dispersão e Resolução

Uma rede de difração espalha as linhas de difração associadas aos vários comprimentos de onda. Esse espalhamento, conhecido como **dispersão**, é definido através da equação

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \quad (\text{definição de dispersão})$$

onde $\Delta\theta$ é a separação angular entre duas linhas cujos comprimentos de onda diferem de $\Delta\lambda$.

A dispersão de uma rede de difração é dada por

$$D = \frac{m}{d \cos \theta}$$

Para que seja possível resolver linhas cujos comprimentos de onda são muito próximos, é preciso que as linhas sejam suficientemente estreitas. Em outras palavras, a rede de difração deve ter uma **alta resolução**, R , definida através da equação

$$R = \frac{\lambda_{\text{med}}}{\Delta\lambda} \quad (\text{definição de resolução})$$

A resolução de uma rede de difração é dada por

$$R = Nm$$

Onde N é o número de ranhuras e m é o número de ordem da linha de difração ($m=1,2,3,\dots$)

Redes de Difração: Dispersão e Resolução - Demonstrações

A posição das linhas na figura de difração de uma rede é dada por:

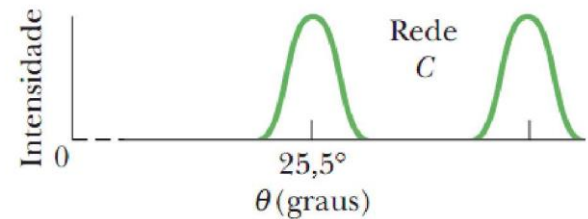
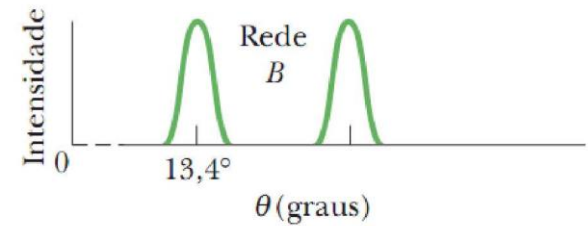
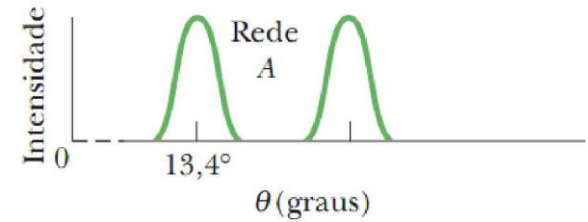
$$\begin{array}{l} d \sin \theta = m \lambda \\ \downarrow \\ d(\cos \theta) d\theta = m d\lambda \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} d \sin \theta = m \lambda \\ \downarrow \\ d(\cos \theta) d\theta = m d\lambda \end{array}} \right\} \begin{array}{l} d(\cos \theta) \Delta\theta = m \Delta\lambda \\ \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta} \end{array}$$

Além disso, se $\Delta\theta$ é o menor ângulo que permite que duas linhas sejam resolvidas, esse ângulo, de acordo com o critério de Rayleigh, deve ser igual a meia largura de uma das linhas, que é dada por

$$\Delta\theta_{\text{ml}} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} \quad \rightarrow \quad \frac{\lambda}{N} = m \Delta\lambda \quad \rightarrow \quad R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

Redes de Difração: Comparação entre Dispersão e Resolução

Na figura são apresentados os gráficos de intensidade observados quando uma luz com dois comprimentos de onda é usada para iluminar as redes de difração cujas propriedades aparecem na Tabela abaixo. A rede de maior resolução é a rede *B* e a de maior dispersão é a rede *C*.



Parâmetros de Três Redes de Difração^a

Rede	N	d (nm)	θ	D ($^{\circ}/\mu\text{m}$)	R
<i>A</i>	10 000	2540	13,4 $^{\circ}$	23,2	10 000
<i>B</i>	20 000	2540	13,4 $^{\circ}$	23,2	20 000
<i>C</i>	10 000	1360	25,5 $^{\circ}$	46,3	10 000

^aOs dados são para $\lambda = 589$ nm e $m = 1$.

Exemplo: Dispersão e Resolução de uma Rede de Difração

Uma rede de difração tem $1,26 \cdot 10^4$ ranhuras uniformemente espaçadas em uma região de largura $w = 25,4$ mm. A rede é iluminada perpendicularmente pela luz amarela de uma lâmpada de vapor de sódio. Essa luz contém duas linhas de emissão muito próximas (conhecidas como dubleto do sódio) de comprimentos de onda $589,00$ nm e $589,59$ nm.

(a) Qual é o ângulo correspondente ao máximo de primeira ordem (de cada lado do centro da figura de difração) para o comprimento de onda de $589,00$ nm?

Solução: O espaçamento das ranhuras, d , é dado por:

$$\begin{aligned}d &= \frac{w}{N} = \frac{25,4 \times 10^{-3} \text{ m}}{1,26 \times 10^4} \\ &= 2,016 \times 10^{-6} \text{ m} = 2016 \text{ nm}.\end{aligned}$$

Como estamos interessados no máximo de primeira ordem, $m = 1$. Substituindo d e m por seus valores na equação, obtemos:

$$\begin{aligned}\theta &= \text{sen}^{-1} \frac{m\lambda}{d} = \text{sen}^{-1} \frac{(1)(589,00 \text{ nm})}{2016 \text{ nm}} \\ &= 16,99^\circ \approx 17,0^\circ. \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

(b) Usando a dispersão da rede, calcule a separação angular das duas linhas de primeira ordem.

Exemplo: Dispersão e Resolução de uma Rede de Difração

Solução: No caso que estamos examinando, as linhas estão tão próximas que o erro não é muito grande quando usamos o valor de D para o ângulo $\theta = 16,99^\circ$ calculado no item (a) para uma das linhas. Nesse caso, temos:

$$D = \frac{m}{d \cos \theta} = \frac{1}{(2016 \text{ nm})(\cos 16,99^\circ)}$$
$$= 5,187 \times 10^{-4} \text{ rad/nm.}$$

De acordo com a equação, com $\Delta\lambda$ em nanômetros, temos:

$$\Delta\theta = D \Delta\lambda = (5,187 \times 10^{-4} \text{ rad/nm})(589,59 - 589,00)$$
$$= 3,06 \times 10^{-4} \text{ rad} = 0,0175^\circ. \quad (\text{Resposta})$$

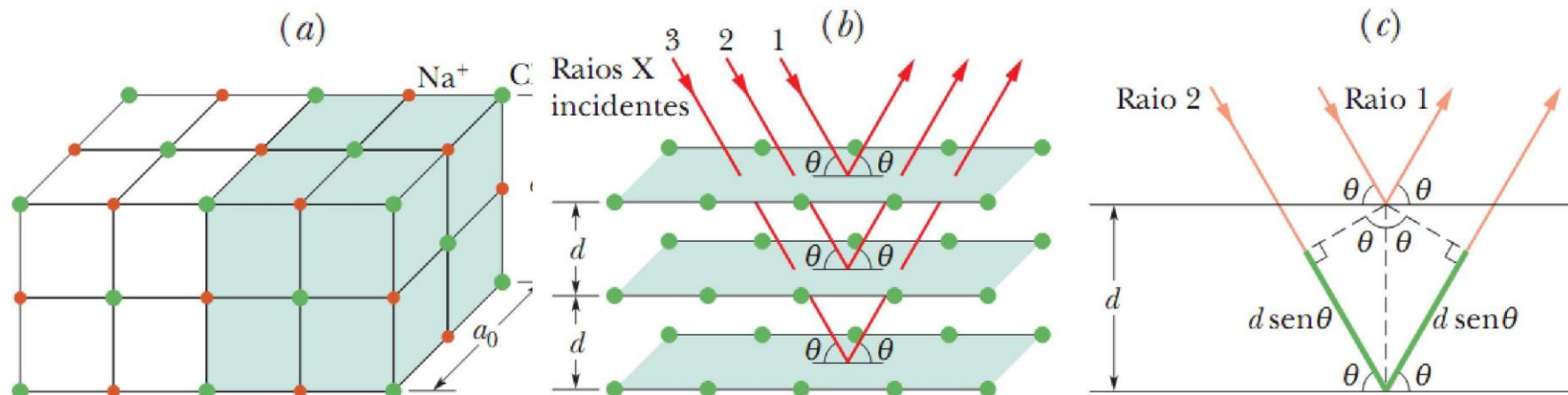
É fácil mostrar que este resultado depende do espaçamento d das ranhuras, mas é independente do número de ranhuras.

(c) Qual é o menor número de ranhuras que uma rede pode ter sem que se torne impossível distinguir as linhas de primeira ordem do dubleto do sódio?

Solução: Fazendo $\Delta\lambda$ igual a diferença entre os comprimentos de onda das duas linhas do dubleto do sódio, 0,59 nm, e $\lambda_{\text{méd}} = (589,00 + 589,59)/2 = 589,30$, temos:

$$N = \frac{R}{m} = \frac{\lambda_{\text{méd}}}{m \Delta\lambda}$$
$$= \frac{589,30 \text{ nm}}{(1)(0,59 \text{ nm})} = 999 \text{ ranhuras.} \quad (\text{Resposta})$$

Difração de Raios X



Na figura se observa: (a) a estrutura cúbica do NaCl, mostrando os íons de sódio e cloro e uma célula unitária (sombreada). (b) Os raios X incidentes são difratados pelo cristal representado em (a). Os raios X são difratados como se fossem refletidos por uma família de planos paralelos, com o ângulo de reflexão igual ao angulo de incidência, ambos medidos em relação aos planos (e não em relação à normal, como na óptica). (c) A diferença de percurso dos raios refletidos por planos vizinhos e $2d \sin \theta$.

Assim, o critério para que a intensidade da difração seja máxima é:

$$2d \sin \theta = m\lambda \quad \text{para } m = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{lei de Bragg})$$

Questionário

1. Qual a diferença entre os fenômenos de difração e interferência?
2. Analise a difração numa fenda única. Explique como acontece a figura de difração.
3. Deduzir passo a passo a equação para calcular a intensidade das franjas de difração em fenda única
4. Explique o método quantitativo para determinar a intensidade das franjas de difração em fenda única
5. Explique o critério de Rayleigh para a resolução de pontos luminosos de fendas circulares
6. Aplique o critério para resolver problemas de resolução
7. Resolva problemas de dupla fenda considerando os efeitos da difração (envoltória)
8. Explique como funciona uma rede de difração, o que ela é e como o faz.
9. Calcule a largura de linhas em redes de difração.
10. Resolva exercícios simples com redes de difração
11. Explique a dispersão e a resolução de redes de difração
12. Explique a difração de raios X e obtenha a Lei de Bragg