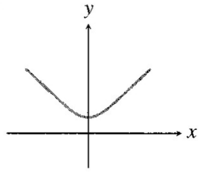
Nos exercícios 1 a 4, determine se a fórmula define y como uma função de x. Caso a resposta seja não, justifique.

1. $y = \sqrt{x - 4}$ **2.** $y = x^2 \pm 3$

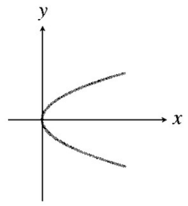
3. $x = 2y^2$ **4.** $x = 12 - y$

Nos exercícios 5 a 8, use o teste da reta vertical para determinar se a curva é o gráfico de uma função.

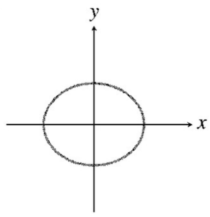
5.



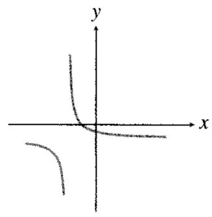
6.



7.



8.



Nos exercícios 9 a 16, encontre o domínio da função algebricamente e verifique sua conclusão graficamente.

9. $f(x) = x^2 + 4$ **10.** $h(x) = \dfrac{5}{x - 3}$

11. $f(x) = \dfrac{3x - 1}{(x + 3)(x - 1)}$ **12.** $f(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{5}{x - 3}$

13. $g(x) = \dfrac{x}{x^2 - 5x}$ **14.** $h(x) = \dfrac{\sqrt{4 - x^2}}{x - 3}$

15. $h(x) = \dfrac{\sqrt{4 - x}}{(x + 1)(x^2 + 1)}$ **16.** $f(x) = \sqrt{x^4 - 16x^2}$

Nos exercícios 17 a 20, encontre a imagem da função.

17. $f(x) = 10 - x^2$ **18.** $g(x) = 5 + \sqrt{4 - x}$

19. $f(x) = \dfrac{x^2}{1 - x^2}$ **20.** $g(x) = \dfrac{3 + x^2}{4 - x^2}$

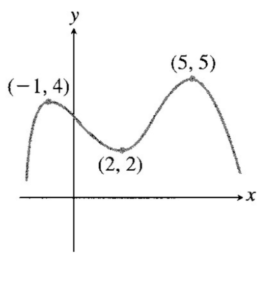
Nos exercícios 21 a 24, faça o gráfico de cada função e conclua se ela tem ou não um ponto de descontinuidade em $x = 0$. Se existe uma descontinuidade, verifique se é removível ou não removível.

21. $g(x) = \dfrac{3}{x}$ **22.** $h(x) = \dfrac{x^3 + x}{x}$

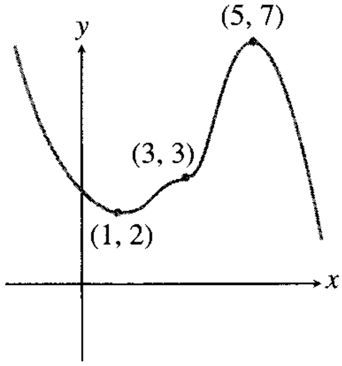
23. $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$ **24.** $g(x) = \dfrac{x}{x - 2}$

Nos exercícios 25 a 28, conclua se cada ponto identificado no gráfico é um mínimo local, um máximo local ou nenhum dos dois casos. Identifique os intervalos nos quais temos a função crescente ou decrescente.

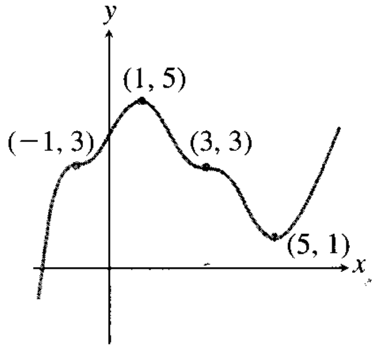
25.



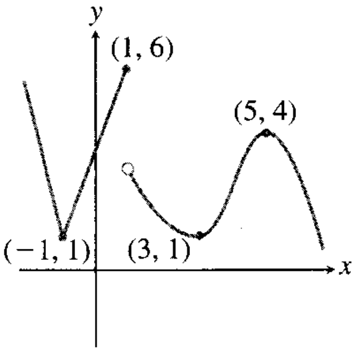
26.



27.



28.



Nos exercícios 29 a 34, faça o gráfico de cada função e identifique os intervalos nos quais temos a função crescente, decrescente ou constante.

29. $f(x) = |x + 2| - 1$

30. $f(x) = |x + 1| + |x - 1| - 3$

31. $g(x) = |x + 2| + |x - 1| - 2$

32. $h(x) = 0{,}5(x + 2)^2 - 1$

33. $g(x) = 3 - (x - 1)^2$

34. $f(x) = x^3 - x^2 - 2x$

Nos exercícios 35 a 40, determine se a função é limitada superiormente, limitada inferiormente ou limitada sobre o seu domínio.

35. $y = 32$ **36.** $y = 2 - x^2$

37. $y = 2^x$ **38.** $y = 2^{-x}$

39. $y = \sqrt{1 - x^2}$ **40.** $y = x - x^3$

Nos exercícios 41 a 46, a sugestão é analisar o gráfico que pode ser feito utilizando uma calculadora com esse recurso. Se possível, encontrar todos os máximos locais, os mínimos locais e os valores de x para os quais isso ocorre. Você pode concluir os valores aproximando com duas casas decimais após a vírgula.

41. $f(x) = 4 - x + x^2$ **42.** $g(x) = x^3 - 4x + 1$

43. $h(x) = -x^3 + 2x - 3$ **44.** $f(x) = (x + 3)(x - 1)^2$

45. $h(x) = x^2\sqrt{x + 4}$ **46.** $g(x) = x|2x + 5|$

Nos exercícios 47 a 54, verifique se a função é ímpar, par ou nenhum dos dois casos. Verifique sua conclusão graficamente e confirme-a algebricamente.

47. $f(x) = 2x^4$ **48.** $g(x) = x^3$

49. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$ **50.** $g(x) = \dfrac{3}{1 + x^2}$

51. $f(x) = -x^2 + 0{,}03x + 5$ **52.** $f(x) = x^3 + 0{,}04x^2 + 3$

53. $g(x) = 2x^3 - 3x$ **54.** $h(x) = \dfrac{1}{x}$

Nos exercícios 55 a 62, use o método de sua escolha para encontrar todas as assíntotas horizontal e vertical da função.

55. $f(x) = \dfrac{x}{x - 1}$ **56.** $q(x) = \dfrac{x - 1}{x}$

57. $g(x) = \dfrac{x + 2}{3 - x}$ **58.** $q(x) = 1{,}5^x$

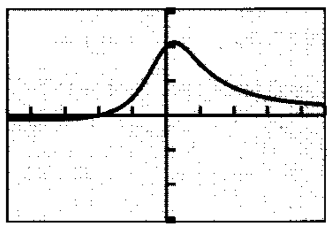
59. $f(x) = \dfrac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$ **60.** $p(x) = \dfrac{4}{x^2 + 1}$

61. $g(x) = \dfrac{4x - 4}{x^3 - 8}$ **62.** $h(x) = \dfrac{2x - 4}{x^2 - 4}$

Nos exercícios 63 a 66, associe cada função ao gráfico correspondente, considerando o comportamento nos extremos do eixo horizontal e as assíntotas. Todos os gráficos são mostrados com as mesmas dimensões.

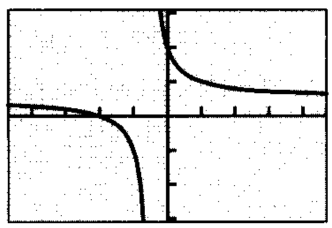
63. $y = \dfrac{x + 2}{2x + 1}$ **64.** $y = \dfrac{x^2 + 2}{2x + 1}$

65. $y = \dfrac{x + 2}{2x^2 + 1}$ **66.** $y = \dfrac{x^3 + 2}{2x^2 + 1}$



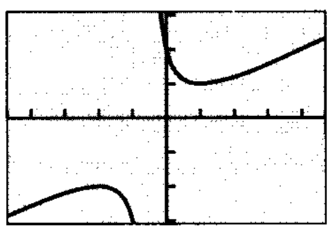
[−4,7; 4,7] por [−3,1; 3,1]

(a)



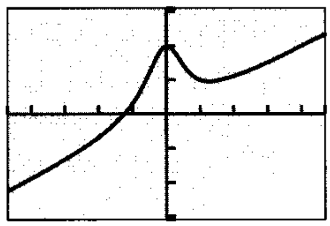
[−4,7; 4,7] por [−3,1; 3,1]

(b)



[−4,7; 4,7] por [−3,1; 3,1]

(c)



[−4,7; 4,7] por [−3,1; 3,1]

(d)

67. Um gráfico pode cruzar sua própria assíntota? A origem grega da palavra "assíntota" significa "sem encontro", o que mostra que os gráficos tendem a se aproximar, mas não encontrar suas assíntotas. Quais das seguintes funções têm gráficos que podem interseccionar suas assíntotas horizontais?

(a) $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$ **(b)** $g(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

(c) $h(x) = \dfrac{x^2}{x^3 + 1}$

68. Um gráfico pode ter duas assíntotas horizontais? Embora muitos gráficos tenham no máximo uma assíntota horizontal, é possível para um gráfico ter mais do que uma. Quais das seguintes funções têm gráficos com mais de uma assíntota horizontal?

(a) $f(x) = \dfrac{|x^3 + 1|}{8 - x^3}$ **(b)** $g(x) = \dfrac{|x - 1|}{x^2 - 4}$

(c) $h(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 - 4}}$

69. Um gráfico pode interseccionar sua própria assíntota vertical?

Seja a função $f(x) = \dfrac{x - |x|}{x^2} + 1$. Se possível, construa o gráfico dessa função.

(a) O gráfico desta função não intersecciona sua assíntota vertical. Explique por que isso não ocorre.

(b) Mostre como você pode adicionar um único ponto no gráfico de f e obter um gráfico que interseccione sua assíntota vertical.

(c) O gráfico em (b) é de uma função?

70. Explique por que um gráfico não pode ter mais do que duas assíntotas horizontais.

71. Verdadeiro ou falso O gráfico de uma função f é definido como o conjunto de todos os pontos $(x, f(x))$ onde x está no domínio de f. Justifique sua resposta.

72. Verdadeiro ou falso Uma relação que é simétrica com relação ao eixo x não pode ser uma função. Justifique sua resposta.

73. Múltipla escolha Qual função é contínua?

(a) Número de crianças inscritas em uma escola particular como uma função do tempo.

(b) Temperatura externa como uma função do tempo.

(c) Custo para postar uma carta como uma função do seu peso.

(d) Preço de uma ação em função do tempo.

(e) Número de bebidas não-alcoólicas vendidas como uma função da temperatura externa.

74. Múltipla escolha Qual das funções *não* é contínua?

(a) Sua altitude como uma função do tempo enquanto viaja voando de um lugar para outro.

(b) Tempo de viagem de um lugar para outro como uma função da velocidade da viagem.

(c) Número de bolas que podem ser colocadas até preenchimento total de uma caixa como uma função do raio das bolas.

(d) Área de um círculo como uma função do raio.

(e) Peso de um bebê como uma função do tempo após seu nascimento.

75. Função decrescente Qual das funções é decrescente?

(a) Temperatura externa como uma função do tempo.

(b) A média do índice Dow Jones como uma função do tempo.

(c) A pressão do ar na atmosfera terrestre como uma função da altitude.

(d) População mundial desde 1900 como uma função do tempo.

(e) Pressão da água no oceano como uma função da profundidade.

76. Crescente ou decrescente Qual das funções não pode ser classificada como crescente ou decrescente?

(a) O peso de um bloco de chumbo como uma função do volume.

(b) A altura de uma bola que foi lançada para cima como uma função do tempo.

(c) O tempo de viagem de um lugar para outro como uma função da velocidade da viagem.

(d) A área de um quadrado como uma função do comprimento do lado.

(e) O peso de um pêndulo balançando em função do tempo.

77. Você pode mostrar algebricamente agora que $p(x) = \dfrac{x}{1 + x^2}$ é limitada.

(a) Faça o gráfico da função e encontre o menor valor inteiro de k que parece ser um limite superior.

(b) Verifique que $\dfrac{x}{1 + x^2} < k$ provando a inequação equivalente $kx^2 - x + k > 0$.

(Você pode resolver a equação para mostrar que não existe solução real.)

(c) Do gráfico, encontre o menor valor inteiro de k que parece ser um limite inferior.

(d) Verifique $\dfrac{x}{1 + x^2} > k$ provando a inequação equivalente $kx^2 - x + k < 0$.

78. Considere a tabela com valores X e Y:

X	Y
60	0,00
65	1,00
70	2,05
75	2,57
80	3,00
85	3,36
90	3,69
95	4,00
100	4,28

Considerando Y como uma função de X, ela é crescente, decrescente, constante ou nenhuma das situações?

79. Esboce um gráfico de uma função f com domínio como o conjunto de todos os números reais que satisfazem todas as condições que estão a seguir:

(a) f é contínua para todo x;

(b) f é crescente nos intervalos $]-\infty, 0]$ e $[3, 5]$;

(c) f é decrescente nos intervalos $[0, 3]$ e $[5, +\infty[$;

(d) $f(0) = f(5) = 2$;

(e) $f(3) = 0$.

80. Esboce um gráfico de uma função f com domínio como o conjunto de todos os números reais que satisfazem todas as condições que estão a seguir:

(a) f é decrescente nos intervalos $]-\infty, 0[$ e $]0, +\infty[$;

(b) f tem um ponto não removível de descontinuidade em $x = 0$;

(c) f tem uma assíntota horizontal em $y = 1$;

(d) $f(0) = 0$;

(e) f tem uma assíntota vertical em $x = 0$.

81. Esboce um gráfico de uma função f com domínio como o conjunto de todos os números reais que satisfazem todas as condições que estão a seguir:

(a) f é contínua para todo x;

(b) f é uma função par;

(c) f é crescente no intervalo $[0, 2]$ e decrescente no intervalo $[2, +\infty[$;

(d) $f(2) = 3$.

82. Uma função que é limitada superiormente tem um número infinito de limites superiores, mas existe sempre um *menor limite superior*, isto é, um limite superior que é o menor de todos os outros. Este menor dos limites superiores poderia ou não estar na imagem de f. Para cada função a seguir, encontre o menor dos limites superiores e conclua se está ou não na imagem da função.

(a) $f(x) = 2 - 0{,}8x^2$

(b) $g(x) = \dfrac{3x^2}{3 + x^2}$

(c) $h(x) = \dfrac{1 - x}{x^2}$

(d) $q(x) = \dfrac{4x}{x^2 + 2x + 1}$

83. Uma função contínua f tem como domínio o conjunto de todos os números reais. Se $f(-1) = 5$ e $f(1) = -5$, explique por que f precisa ter pelo menos uma raiz no intervalo $[-1, 1]$ (isto generaliza uma propriedade de função contínua conhecida, no cálculo, como Teorema do Valor Intermediário).

84. Mostre que o gráfico de toda função ímpar, com domínio como sendo todos os números reais, necessariamente passa pela origem.

85. Se possível, analise o gráfico da função $f(x) = \dfrac{3x^2 - 1}{2x^2 + 1}$ no intervalo $[-6, 6]$ por $[-2, 2]$.

(a) Qual é a aparente assíntota horizontal do gráfico?

(b) Baseado no gráfico, conclua qual é a aparente imagem de f.

(c) Mostre algebricamente que $-1 \leq \dfrac{3x^2 - 1}{2x^2 + 1} < 1{,}5$ para todo x, confirmando assim sua suposição no item (b).

Nos exercícios 1 a 6, determine quais são funções polinomiais. Para aquelas que são, identifique o grau e o coeficiente principal. Para as que não são, justifique.

1. $f(x) = 3x^{-5} + 17$ **2.** $f(x) = -9 + 2x$

3. $f(x) = 2x^5 - \frac{1}{2}x + 9$ **4.** $f(x) = 13$

5. $h(x) = \sqrt[3]{27x^3 + 8x^6}$ **6.** $k(x) = 4x - 5x^2$

Nos exercícios 7 a 12, escreva uma equação para a função do primeiro grau f satisfazendo as condições dadas. Represente as funções graficamente.

7. $f(-5) = -1$ e $f(2) = 4$

8. $f(-3) = 5$ e $f(6) = -2$

9. $f(-4) = 6$ e $f(-1) = 2$

10. $f(1) = 2$ e $f(5) = 7$

11. $f(0) = 3$ e $f(3) = 0$

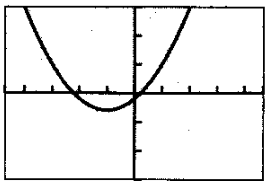
12. $f(-4) = 0$ e $f(0) = 2$

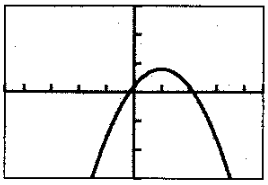
Nos exercícios 13 a 18, associe um gráfico a uma função. Explique sobre a sua escolha.

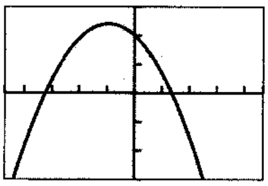
13. $f(x) = 2(x + 1)^2 - 3$ **14.** $f(x) = 3(x + 2)^2 - 7$

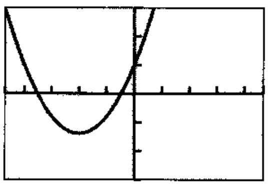
15. $f(x) = 4 - 3(x - 1)^2$ **16.** $f(x) = 12 - 2(x - 1)^2$

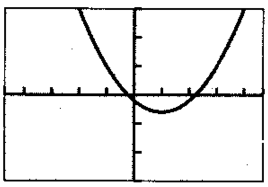
17. $f(x) = 2(x - 1)^2 - 3$ **18.** $f(x) = 12 - 2(x + 1)^2$

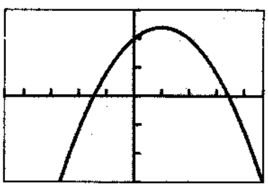

(a)


(b)


(c)


(d)


(e)


(f)

Nos exercícios 19 a 22, descreva como transformar o gráfico de $f(x) = x^2$ no gráfico das funções dadas. Faça o esboço de cada gráfico.

19. $g(x) = (x - 3)^2 - 2$ **20.** $h(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$

21. $g(x) = \frac{1}{2}(x + 2)^2 - 3$ **22.** $h(x) = -3x^2 + 2$

Nos exercícios 23 a 26, encontre o vértice e o eixo de simetria do gráfico de cada função.

23. $f(x) = 3(x - 1)^2 + 5$

24. $g(x) = -3(x + 2)^2 - 1$

25. $f(x) = 5(x - 1)^2 - 7$

26. $g(x) = 2(x - \sqrt{3})^2 + 4$

Nos exercícios 27 a 32, encontre o vértice e o eixo de simetria do gráfico de cada função. Reescreva a função na forma canônica.

27. $f(x) = 3x^2 + 5x - 4$

28. $f(x) = -2x^2 + 7x - 3$

29. $f(x) = 8x - x^2 + 3$

30. $f(x) = 6 - 2x + 4x^2$

31. $g(x) = 5x^2 + 4 - 6x$

32. $h(x) = -2x^2 - 7x - 4$

Nos exercícios 33 a 38, use o recurso de completar o quadrado de uma expressão algébrica para descrever o gráfico de cada função. Prove suas respostas graficamente.

33. $f(x) = x^2 - 4x + 6$

34. $g(x) = x^2 - 6x + 12$

35. $f(x) = 10 - 16x - x^2$

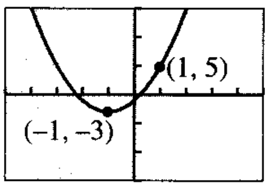
36. $h(x) = 8 + 2x - x^2$

37. $f(x) = 2x^2 + 6x + 7$

38. $g(x) = 5x^2 - 25x + 12$

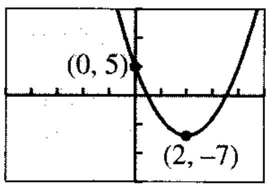
Nos exercícios 39 a 42, escreva uma equação para cada parábola, usando o fato de um dos pontos do gráfico ser o vértice.

39.



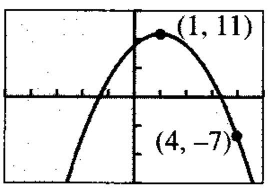
[–5, 5] por [–15, 15]

40.



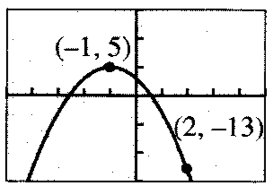
[–5, 5] por [–15, 15]

41.



[–5, 5] por [–15, 15]

42.



[–5, 5] por [–15, 15]

Nos exercícios 43 e 44, escreva uma equação para a função do segundo grau cujo gráfico contém o vértice e o ponto dados.

43. Vértice (1, 3) e ponto (0, 5).

44. Vértice $(-2, -5)$ e ponto $(-4, -27)$.

45. Uma pequena empresa fabrica bonecas e semanalmente possui um custo fixo de R$ 350,00. Se o custo para o material é de R$ 4,70 por boneca e seu custo total na semana é uma média de R$ 500,00, quantas bonecas essa pequena empresa produz por semana?

46. Entre todos os retângulos cujos perímetros são iguais a 100 metros, encontre as dimensões do que tem a área máxima.

47. O preço p por unidade de um produto quando x unidades (em milhares) são produzidas é modelado pela função

$$preço = p = 12 - 0{,}025x$$

A receita (em milhões de reais) é o produto do preço por unidade pela quantidade (em milhares) vendida. Isto é,

$$\text{receita} = xp = x\,(12 - 0{,}025x)$$

(a) Represente graficamente a receita para uma produção de 0 a 100.000 unidades.

(b) Quantas unidades deveriam ser produzidas se a receita total é de R$ 1.000.000,00?

48. Uma imobiliária possui 1.600 unidades de imóveis para alugar, das quais 800 estão alugadas por R$ 300,00 por mês. Uma pesquisa de mercado indica que, para cada diminuição de R$ 5,00 no valor do aluguel mensal, isso resulta em 20 novos contratos.

(a) Encontre a função receita que modela o total arrecadado, onde x é o número de descontos de R$ 5,00 no aluguel mensal.

(b) Represente graficamente a receita para valores de aluguel entre R$ 175,00 e R$ 300,00 (isto é, para $0 \le x \le 25$), que mostra um máximo para a receita.

(c) Qual valor de aluguel permite que a imobiliária tenha receita mensal máxima?

Nos exercícios 49 e 50, complete a análise para cada função dada.

49. Analisando uma função Complete:

A função $f(x) = x$ chamada função identidade.

Domínio:

Imagem:

Continuidade:

Comportamento crescente/decrescente:

Simetria:

Limite:

Extremo local:

Assíntotas horizontais:

Assíntotas verticais:

Comportamento nos extremos do domínio:

50. Analisando uma função Complete:

A função do segundo grau $f(x) = x^2$.

Domínio:

Imagem:

Continuidade:

Comportamento crescente/decrescente:

Simetria:

Limite:

Extremo local:

Assíntotas horizontais:

Assíntotas verticais:

Comportamento nos extremos do domínio:

51. Verdadeiro ou falso O valor inicial de $f(x) = 3x^2 + 2x - 3$ é 0. Justifique sua resposta.

52. Verdadeiro ou falso O gráfico da função $f(x) = x^2 - x + 1$ não tem raiz, isto é, não passa pelo eixo horizontal x. Justifique sua resposta.

Nos exercícios 53 e 54, considere $f(x) = mx + b$, $f(-2) = 3$ e $f(4) = 1$.

53. Múltipla escolha Qual é o valor de m?

(a) 3 **(b)** -3 **(c)** -1 **(d)** 1/3 **(e)** $-1/3$

54. Múltipla escolha Qual é o valor de b?

(a) 4 **(b)** 11/3 **(c)** 7/3 **(d)** 1 **(e)** $-1/3$

Nos exercícios 55 e 56, seja $f(x) = 2(x + 3)^2 - 5$.

55. Múltipla escolha Qual é o eixo de simetria do gráfico de f?

(a) $x = 3$ **(b)** $x = -3$ **(c)** $y = 5$

(d) $y = -5$ **(e)** $y = 0$

56. Múltipla escolha Qual é o vértice de f?

(a) (0,0) **(b)** (3,5) **(c)** (3,−5)

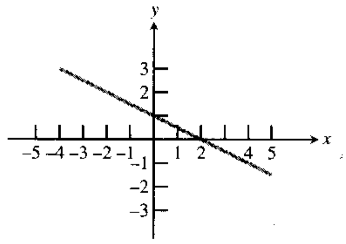
(d) (−3,5) **(e)** (−3,−5)

57. Identifique gráficos de funções do primeiro grau

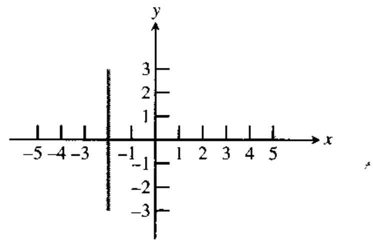
(a) Quais das representações gráficas de retas são gráficos de funções do primeiro grau? Justifique sua resposta.

(b) Quais das representações gráficas de retas são gráficos de funções? Justifique sua resposta.

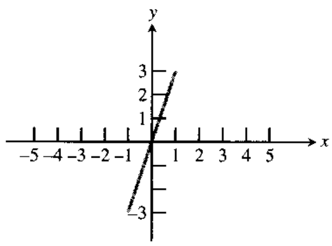
(c) Quais das representações gráficas de retas não são gráficos de funções? Justifique sua resposta.



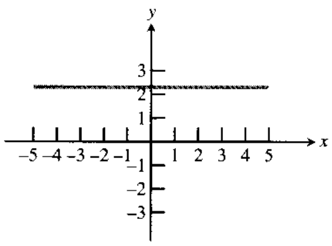
(i)



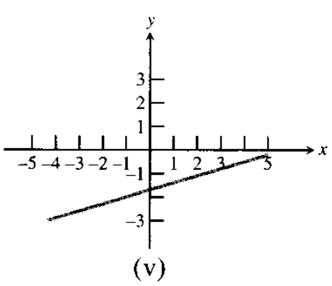
(ii)



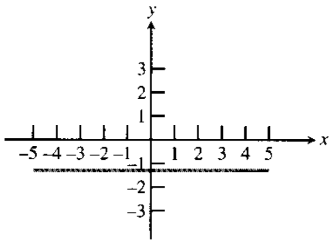
(iii)



(iv)



(v)



(vi)

58. Seja $f(x) = x^2$, $g(x) = 3x + 2$, $h(x) = 7x - 3$, $k(x) = mx + b$ e $l(x) = x^3$.

(a) Calcule a taxa média de variação de f de $x = 1$ a $x = 3$.

(b) Calcule a taxa média de variação de f de $x = 2$ a $x = 5$.

(c) Calcule a taxa média de variação de f de $x = a$ a $x = c$.

(d) Calcule a taxa média de variação de g de $x = 1$ a $x = 3$.

(e) Calcule a taxa média de variação de g de $x = 1$ a $x = 4$.

(f) Calcule a taxa média de variação de g de $x = a$ a $x = c$.

(g) Calcule a taxa média de variação de h de $x = a$ a $x = c$.

(h) Calcule a taxa média de variação de k de $x = a$ a $x = c$.

(i) Calcule a taxa média de variação de l de $x = a$ a $x = c$.

59. Suponha que $b^2 - 4ac > 0$ para a equação $ax^2 + bx + c = 0$.

(a) Mostre que a soma das duas soluções desta equação é $-b/a$.

(b) Mostre que o produto das duas soluções desta equação é c/a.

60. Prove que o eixo de simetria do gráfico de $f(x) = (x - a)(x - b)$ é $x = (a + b)/2$, onde a e b são números reais.

61. Identifique o vértice do gráfico de $f(x) = (x - a)(x - b)$ é $x = a + b/2$, onde a e b são quaisquer números reais.

62. Prove que se x_1 e x_2 são números reais e são as raízes da função do segundo grau dada por $f(x) = ax^2 + bx + c$, então o eixo de simetria do gráfico de f é $x = (x_1 + x_2)/2$.

Nos exercícios 1 a 10, determine se a função é uma função potência, dado que c, g, k e π representam constantes. Para aquelas que são funções potência, verifique o expoente e a constante de variação.

1. $f(x) = -\frac{1}{2}x^5$

2. $f(x) = 9x^{5/3}$

3. $f(x) = 3 \cdot 2^x$

4. $f(x) = 13$

5. $E(m) = mc^2$

6. $KE(v) = \frac{1}{2}kv^5$

7. $d = \frac{1}{2}gt^2$

8. $V = \frac{4}{3}\pi r^3$

9. $I = \frac{k}{d^2}$

10. $F(a) = m \cdot a$

Nos exercícios 11 a 16, determine se a função é dada por um monômio, dado que l e π representam constantes. Para aquelas que são funções monomiais, verifique o grau e o coeficiente principal. Para aquelas que não são, justifique.

11. $f(x) = -4$

12. $f(x) = 3x^{-5}$

13. $y = -6x^7$

14. $y = -2 \cdot 5^x$

15. $S = 4\pi r^2$

16. $A = lw$

Nos exercícios 17 a 22, escreva os problemas como uma equação com função potência. Utilize k como a constante de variação se nenhuma é dada.

17. A área A de um triângulo eqüilátero varia diretamente com o quadrado do comprimento s dos seus lados.

18. O volume V de um cilindro circular com peso fixado é proporcional ao quadrado do seu raio r.

19. A corrente I em um circuito elétrico é inversamente proporcional à resistência R, com constante de variação V.

20. A lei de Charles (conhecida como lei de Gay-Lussac) diz que o volume V de um gás ideal, à pressão constante, varia diretamente com a temperatura absoluta T.

21. A energia E produzida em uma reação nuclear é proporcional à massa m, com a constante de variação sendo c^2, o quadrado da velocidade da luz.

22. A velocidade p de um objeto em queda livre que foi lançado varia com a raiz quadrada da distância percorrida d, com a constante de variação $k = \sqrt{2g}$.

Nos exercícios 23 a 25, escreva uma sentença que expresse o que ocorre na fórmula, usando a linguagem de variação ou proporção.

23. $w = mg$, onde w e m são o peso e a massa de um objeto, respectivamente; g é a constante de aceleração devido à gravidade.

24. $C = \pi D$, onde C e D representam o comprimento e o diâmetro de um círculo, respectivamente, e π é a constante.

25. $d = p^2/2g$, onde d é a distância percorrida de um objeto lançado em queda livre, p é a velocidade do objeto e g é a constante de aceleração devido à gravidade.

Nos exercícios 26 a 29, verifique a potência e a constante de variação para a função, esboce-a graficamente e faça uma análise completa.

26. $f(x) = 2x^4$ **27.** $f(x) = -3x^3$

28. $f(x) = \frac{1}{2}\sqrt[4]{x}$ **29.** $f(x) = -2x^{-3}$

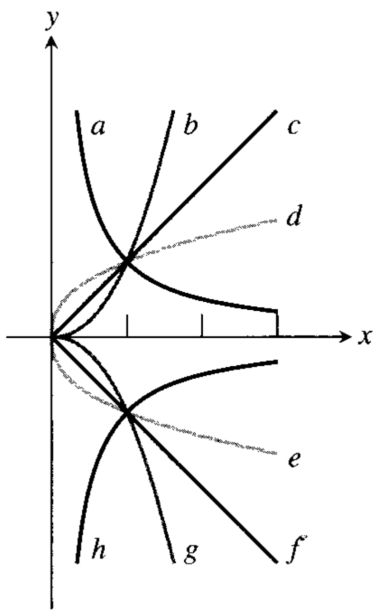
Nos exercícios 30 a 35, descreva como obter o gráfico da função monomial dada do gráfico de $g(x) = x^n$ com o mesmo expoente n. Verifique se a função é par ou ímpar. Esboce o gráfico e, caso queira, verifique-o com uma calculadora adequada.

30. $f(x) = \frac{2}{3}x^4$ **31.** $f(x) = 5x^3$

32. $f(x) = -1{,}5x^5$ **33.** $f(x) = -2x^6$

34. $f(x) = \frac{1}{4}x^8$ **35.** $f(x) = \frac{1}{8}x^7$

Nos exercícios 36 a 41, associe cada função a uma das curvas no gráfico.



36. $f(x) = -\frac{2}{3}x^4$ **37.** $f(x) = \frac{1}{2}x^{-5}$

38. $f(x) = 2x^{1/4}$ **39.** $f(x) = -x^{5/3}$

40. $f(x) = -2x^{-2}$ **41.** $f(x) = 1{,}7x^{2/3}$

Nos exercícios 42 a 47, verifique os valores das constantes k e a para a função $f(x) = k \cdot x^a$. Descreva a parte da curva que pertence ao primeiro e ao quarto quadrantes. Determine se f é par, ímpar ou indefinida para $x < 0$. Descreva a parte restante da curva. Esboce graficamente a função para verificar os itens da descrição.

42. $f(x) = 3x^{1/4}$ **43.** $f(x) = -4x^{2/3}$

44. $f(x) = -2x^{4/3}$ **45.** $f(x) = \frac{2}{5}x^{5/2}$

46. $f(x) = \frac{1}{2}x^{-3}$ **47.** $f(x) = -x^{-4}$

Nos exercícios 48 e 49, os valores são dados para y como uma função potência de x. Escreva uma equação potência e verifique seu expoente e a constante de variação.

48.

x	2	4	6	8	10
y	2	0,5	0,222...	0,125	0,08

49.

x	1	4	9	16	25
y	-2	-4	-6	-8	-10

50. Se n é um número inteiro, $n \geq 1$, prove que $f(x) = x^n$ é uma função ímpar se n é ímpar e é uma função par se n é par.

51. Verdadeiro ou falso A função $f(x) = x^{-2/3}$ é par. Justifique sua resposta.

52. Verdadeiro ou falso O gráfico da função $f(x) = x^{1/3}$ é simétrica com relação ao eixo vertical y. Justifique sua resposta.

Nos exercícios 53 a 56, resolva o problema sem usar calculadora.

53. Múltipla escolha Seja $f(x) = 2x^{-1/2}$. Qual é o valor de $f(4)$?

(a) 1 **(b)** -1 **(c)** $2\sqrt{2}$

(d) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ **(e)** 4

54. Múltipla escolha Seja $f(x) = -3x^{-1/3}$. Qual das alternativas é verdadeira?

(a) $f(0) = 0$ **(b)** $f(-1) = -3$ **(c)** $f(1) = 1$

(d) $f(3) = 3$ **(e)** $f(0)$ é indefinido

55. Múltipla escolha Seja $f(x) = x^{2/3}$. Qual das alternativas é verdadeira?

(a) f é uma função ímpar.

(b) f é uma função par.

(c) f não é uma função par nem uma função ímpar.

(d) O gráfico de f é simétrico com relação ao eixo horizontal x.

(e) O gráfico de f é simétrico com relação à origem.

56. Múltipla escolha Qual dos seguintes conjuntos é o domínio da função $f(x) = x^{3/2}$?

(a) Conjunto de todos os números reais.

(b) $[0, +\infty[$ **(c)** $]0, +\infty[$

(d) $]-\infty, 0[$ **(e)** $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

57. Prove que $g(x) = 1/f(x)$ é par se e somente se $f(x)$ for par e que $g(x) = 1/f(x)$ é ímpar se e somente se $f(x)$ for ímpar.

58. Use os resultados do exercício anterior para provar que $g(x) = x^{-a}$ é par se e somente se $f(x) = x^a$ for par e que $g(x) = x^{-a}$ é ímpar se e somente se $f(x) = x^a$ for ímpar.

Nos exercícios 1 a 6, descreva como transformar o gráfico de uma função monomial $f(x) = x^n$ em um gráfico da função polinomial dada. Você pode esboçar o gráfico da função ou utilizar uma calculadora apropriada. Verifique onde o gráfico passa no eixo vertical y (o intercepto).

1. $g(x) = 2(x - 3)^3$

2. $g(x) = -(x + 5)^3$

3. $g(x) = -1/2\ (x + 1)^3 + 2$

4. $g(x) = 2/3\ (x - 3)^3 + 1$

5. $g(x) = -2(x + 2)^4 - 3$

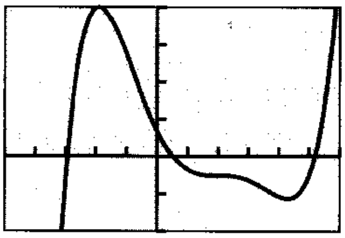
6. $g(x) = 3(x - 1)^4 - 2$

Nos exercícios 7 e 8, esboce o gráfico da função polinomial e localize seus extremos locais e raízes.

7. $f(x) = -x^4 + 2x$

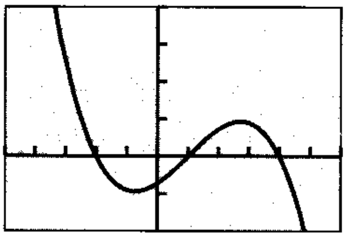
8. $g(x) = 2x^4 - 5x^2$

Nos exercícios 9 a 12, associe a função polinomial a seu gráfico. Explique a sua escolha.



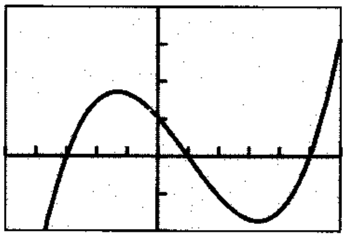
$[-5, 6]$ por $[-200, 400]$

(a)



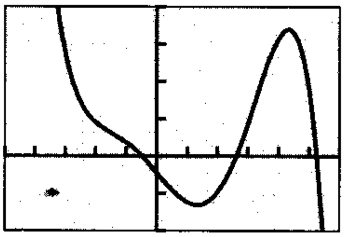
$[-5, 6]$ por $[-200, 400]$

(b)



$[-5, 6]$ por $[-200, 400]$

(c)



$[-5, 6]$ por $[-200, 400]$

(d)

9. $f(x) = 7x^3 - 21x^2 - 91x + 104$

10. $f(x) = -9x^3 + 27x^2 + 54x - 73$

11. $f(x) = x^5 - 8x^4 + 9x^3 + 58x^2 - 164x + 69$

12. $f(x) = -x^5 + 3x^4 + 16x^3 - 2x^2 - 95x - 44$

Nos exercícios 13 a 20, esboce o gráfico da função de modo que seja possível visualizar seus extremos e raízes. Descreva o comportamento da função nos extremos do domínio.

13. $f(x) = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$

14. $f(x) = (2x - 3)(4 - x)(x + 1)$

15. $f(x) = -x^3 + 4x^2 + 31x - 70$

16. $f(x) = x^3 - 2x^2 - 41x + 42$

17. $f(x) = (x - 2)^2(x + 1)(x - 3)$

18. $f(x) = (2x + 1)(x - 4)^3$

19. $f(x) = 2x^4 - 5x^3 - 17x^2 + 14x + 41$

20. $f(x) = -3x^4 - 5x^3 + 15x^2 - 5x + 19$

Nos exercícios 21 a 24, descreva o comportamento da função polinomial nos extremos do domínio usando $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \to -\infty} f(x)$.

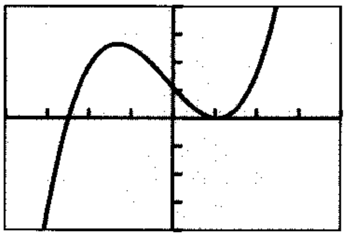
21. $f(x) = 3x^4 - 5x^2 + 3$

22. $f(x) = -x^3 + 7x^2 - 4x + 3$

23. $f(x) = 7x^2 - x^3 + 3x - 4$

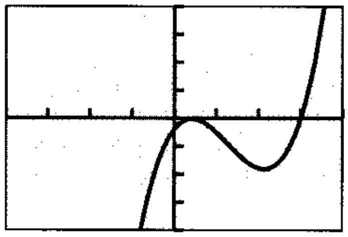
24. $f(x) = x^3 - x^4 + 3x^2 - 2x + 7$

Nos exercícios 25 a 28, associe a função polinomial a seu gráfico. Dê o valor aproximado das raízes da função. Use calculadora como recurso gráfico.



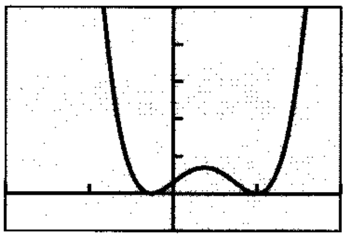
$[-4, 4]$ por $[-200, 200]$

(a)



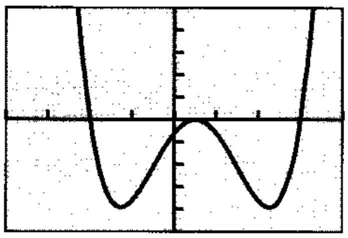
$[-4, 4]$ por $[-200, 200]$

(b)



$[-2, 2]$ por $[-10, 50]$

(c)



$[-4, 4]$ por $[-50, 50]$

(d)

25. $f(x) = 20x^3 + 8x^2 - 83x + 55$

26. $f(x) = 35x^3 - 134x^2 + 93x - 18$

27. $f(x) = 44x^4 - 65x^3 + x^2 + 17x + 3$

28. $f(x) = 4x^4 - 8x^3 - 19x^2 + 23x - 6$

Nos exercícios 29 a 34, encontre as raízes da função algebricamente.

29. $f(x) = x^2 + 2x - 8$

30. $f(x) = 3x^2 + 4x - 4$

31. $f(x) = 9x^2 - 3x - 2$

32. $f(x) = x^3 - 25x$

33. $f(x) = 3x^3 - x^2 - 2x$

34. $f(x) = 5x^3 - 5x^2 - 10x$

Nos exercícios 35 a 38, verifique o grau e as raízes da função polinomial. Verifique a multiplicidade de cada raiz e se o gráfico cruza ou não o eixo x no valor analisado. Você pode esboçar o gráfico da função polinomial.

35. $f(x) = x(x - 3)^2$

36. $f(x) = -x^3(x - 2)$

37. $f(x) = (x - 1)^3(x + 2)^2$

38. $f(x) = 7(x - 3)^2(x + 5)^4$

Nos exercícios 39 a 42, encontre as raízes da função algébrica ou graficamente (com uma calculadora apropriada).

39. $f(x) = x^3 - 36x$

40. $f(x) = x^3 + 2x^2 - 109x - 110$

41. $f(x) = x^3 - 7x^2 - 49x + 55$

42. $f(x) = x^3 - 4x^2 - 44x + 96$

Nos exercícios 43 a 46, encontre algebricamente uma função cúbica com as raízes dadas. Você pode conferir a função obtida esboçando o gráfico manualmente ou com uma calculadora apropriada.

43. 3, −4, 6 **44.** −2, 3, −5

45. $\sqrt{3}, -\sqrt{3}, 4$ **46.** $1, 1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$

Nos exercícios 47 e 48, explique por que a função tem no mínimo uma raiz real.

47. $f(x) = x^7 + x + 100$

48. $f(x) = x^9 - x + 50$

49. Economistas determinaram que as funções receita total e custo total referentes ao período de um ano de uma pequena empresa são dadas, respectivamente, por $R(x) = 0{,}0125x^2 + 412x$ e $C(x) = 12.225 + 0{,}00135x^3$, onde x é o número de clientes.

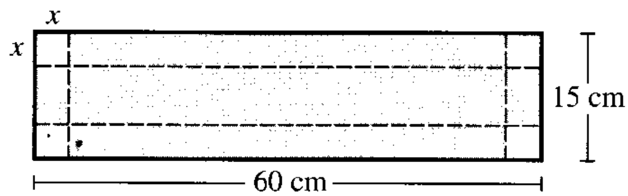
(a) Quantos clientes são necessários para que exista lucro na pequena empresa?

(b) Quantos clientes são necessários para que haja um lucro anual de R$ 60.000,00?

50. Uma caixa sem tampa será feita apenas removendo um quadrado de tamanho x dos cantos de uma peça de papelão, com medidas 15 cm por 60 cm.

(a) Mostre que o volume da caixa é dado por $V(x) = x(60 - 2x)(15 - 2x)$.

(b) Determine o valor de x de modo que o volume da caixa seja de no mínimo 450 cm³.



51. Quadrados de tamanho x são removidos de uma peça de papelão de 10 cm por 25 cm, para obter uma caixa sem tampa. Determine todos os valores de x tais que o volume da caixa resultante seja de no mínimo 175 cm³.

52. A função $V(x) = 2666x - 210x^2 + 4x^3$ representa o volume de uma caixa que foi feita removendo quadrados de tamanho x de cada canto de uma peça retangular. Quais valores são possíveis para x?

53. Verdadeiro ou falso O gráfico de $f(x) = x^3 - x^2 - 2$ cruza o eixo horizontal x entre $x = 1$ e $x = 2$. Justifique sua resposta.

54. Verdadeiro ou falso Se o gráfico de $g(x) = (x + a)^2$ é obtido transladando o gráfico de $f(x) = x^2$ para a direita, então a precisa ser positivo. Justifique sua resposta.

Nos exercícios 55 e 56, resolva o problema sem usar uma calculadora.

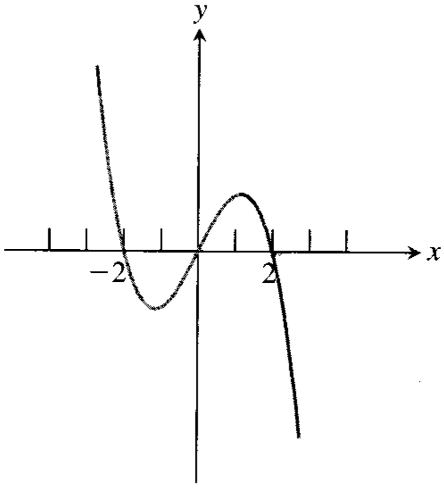
55. Múltipla escolha Qual é o valor por onde o gráfico de $f(x) = 2(x - 1)^3 + 5$ passa no eixo vertical y?

(a) 7 **(b)** 5 **(c)** 3
(d) 2 **(e)** 1

56. Múltipla escolha Qual é a multiplicidade da raiz $x = 2$ em $f(x) = (x - 2)^2(x + 2)^3(x + 3)^7$?

(a) 1 **(b)** 2 **(c)** 3
(d) 5 **(e)** 7

57. Múltipla escolha O gráfico a seguir é de qual função?



(a) $f(x) = -x(x+2)(2-x)$

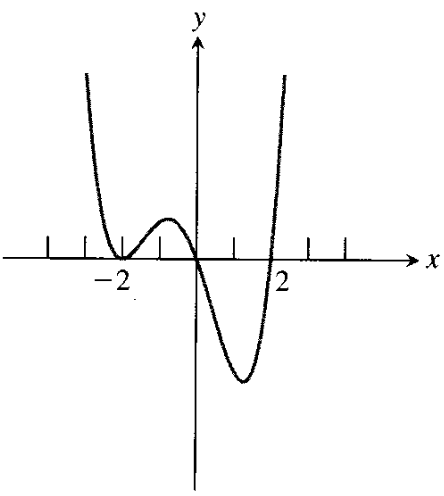
(b) $f(x) = -x(x+2)(x-2)$

(c) $f(x) = -x^2(x+2)(x-2)$

(d) $f(x) = -x(x+2)^2(x-2)$

(e) $f(x) = -x(x+2)(x-2)^2$

58. Múltipla escolha O gráfico a seguir é de qual função?



(a) $f(x) = x(x+2)^2(x-2)$

(b) $f(x) = x(x+2)^2(2-x)$

(c) $f(x) = x^2(x+2)(x-2)$

(d) $f(x) = x(x+2)(x-2)^2$

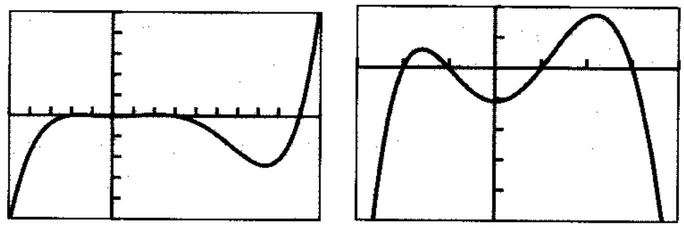
(e) $f(x) = x^2(x+2)(x-2)^2$

Nos exercícios 59 e 60, a mesma função é representada graficamente em escalas diferentes.

59. Descreva por que cada representação da função

$$f(x) = x^5 - 10x^4 + 2x^3 + 64x^2 - 3x - 55$$

pode ser considerada inadequada.

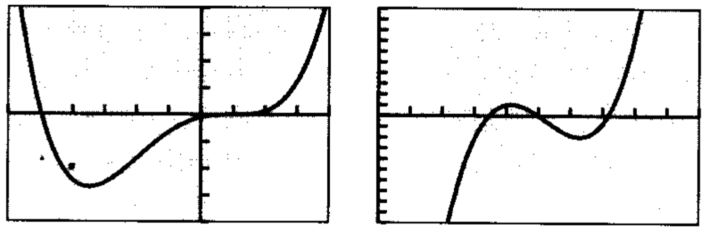


$[-5, 10]$ por $[-7500, 7500]$ (a) $[-3, 4]$ por $[-250, 100]$ (b)

60. Descreva por que cada representação da função

$$f(x) = 10x^4 + 19x^3 - 121x^2 + 143x - 51$$

pode ser considerada inadequada.



$[-6, 4]$ por $[-2000, 2000]$ (a) $[0{,}5; 1{,}5]$ por $[-1, 1]$ (b)

Nos exercícios 61 a 66, divida $f(x)$ por $d(x)$ e escreva novamente a função como conseqüência do algoritmo da divisão e também na forma de fração.

61. $f(x) = x^2 - 2x + 3$; $d(x) = x - 1$

62. $f(x) = x^3 - 1$; $d(x) = x + 1$

63. $f(x) = x^3 + 4x^2 + 7x - 9$; $d(x) = x + 3$

64. $f(x) = 4x^3 - 8x^2 + 2x - 1$; $d(x) = 2x + 1$

65. $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 4x + 6$;
$d(x) = x^2 + 2x - 1$

66. $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 3x + 5$;
$d(x) = x^2 + 1$

Nos exercícios 67 a 72, faça a divisão pelo método de Briot Ruffini e escreva a função na forma de fração.

67. $\dfrac{x^3 - 5x^2 + 3x - 2}{x + 1}$

68. $\dfrac{2x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 3x + 1}{x - 3}$

69. $\dfrac{9x^3 + 7x^2 - 3x}{x - 10}$

70. $\dfrac{3x^4 + x^3 - 4x^2 + 9x - 3}{x + 5}$

71. $\dfrac{5x^4 - 3x + 1}{4 - x}$

72. $\dfrac{x^8 - 1}{x + 2}$

Nos exercícios 73 a 78, use o Teorema do resto para encontrar o valor do resto quando $f(x)$ está dividido por $x - k$.

73. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1; k = 2$

74. $f(x) = x^4 - 5; k = 1$

75. $f(x) = x^3 - x^2 + 2x - 1; k = -3$

76. $f(x) = x^3 - 3x + 4; k = -2$

77. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 7; k = 2$

78. $f(x) = x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 20x + 3; k = -1$

Nos exercícios 79 a 84, use o Teorema de D'Alembert para determinar se o primeiro polinômio é um fator do segundo polinômio.

79. $x - 1; x^3 - x^2 + x - 1$

80. $x - 3; x^3 - x^2 - x - 15$

81. $x - 2; x^3 + 3x - 4$

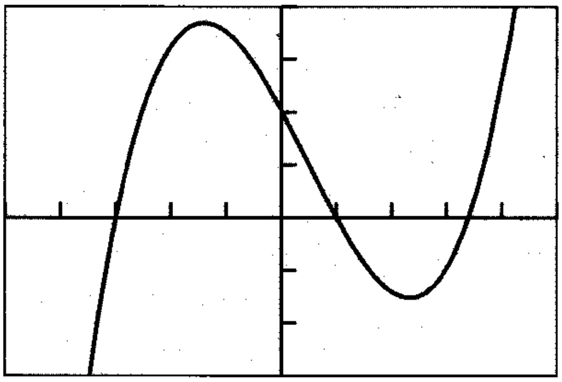
82. $x - 2; x^3 - 3x - 2$

83. $x + 2; 4x^3 + 9x^2 - 3x - 10$

84. $x + 1; 2x^{10} - x^9 + x^8 + x^7 + 2x^6 - 3$

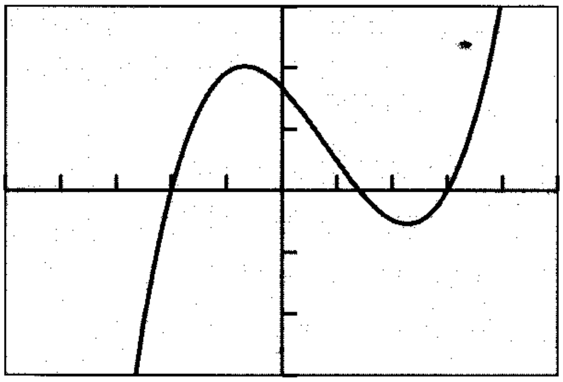
Nos exercícios 85 e 86, use o gráfico para deduzir possíveis fatores lineares de $f(x)$. Fatore a função com auxílio do método de Briot Ruffini.

85. $f(x) = 5x^3 - 7x^2 - 49x + 51$



$[-5, 5]$ por $[-75, 100]$

86. $f(x) = 5x^3 - 12x^2 - 23x + 42$



$[-5, 5]$ por $[-75, 75]$

Nos exercícios 87 a 90, encontre a função polinomial com coeficiente principal 2 e com as raízes e grau dados.

87. Grau 3, com -2, 1 e 4 como raízes.

88. Grau 3, com -1, 3 e -5 como raízes.

89. Grau 3, com 2, 1/2 e 3/2 como raízes.

90. Grau 4, com -3, -1, 0 e 5/2 como raízes.

Nos exercícios 91 e 92, usando somente métodos algébricos, encontre a função cúbica com os valores dados nas tabelas.

91.

x	-4	0	3	5
$f(x)$	0	180	0	0

92.

x	-2	-1	1	5
$f(x)$	0	24	0	0

Nos exercícios 93 a 96, use o Teorema das raízes racionais para escrever uma lista de todas as raízes racionais candidatas.

93. $f(x) = 6x^3 - 5x - 1$

94. $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 6x - 14$

95. $f(x) = 2x^3 - x^2 - 9x + 9$

96. $f(x) = 6x^4 - x^3 - 6x^2 - x - 12$

Nos exercícios 97 a 100, use a divisão pelo método de Briot Ruffini para provar que k é um limite superior para as raízes reais da função f.

97. $k = 3; f(x) = 2x^3 - 4x^2 + x - 2$

98. $k = 5; f(x) = 2x^3 - 5x^2 - 5x - 1$

99. $k = 2; f(x) = x^4 - x^3 + x^2 + x - 12$

100. $k = 3; f(x) = 4x^4 - 6x^3 - 7x^2 + 9x + 2$

Nos exercícios 101 a 104, use a divisão pelo método de Briot Ruffini para provar que k é um limite inferior para as raízes reais da função f.

101. $k = -1; f(x) = 3x^3 - 4x^2 + x + 3$

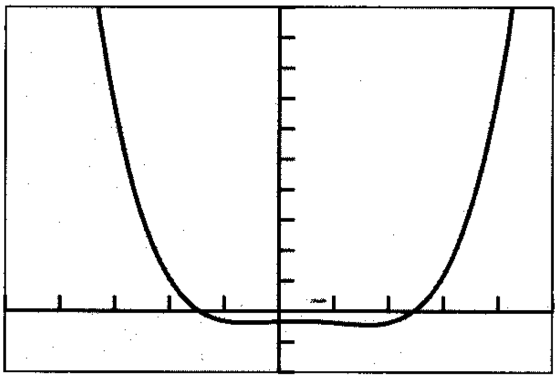
102. $k = -3; f(x) = x^3 + 2x^2 + 2x + 5$

103. $k = 0; f(x) = x^3 - 4x^2 + 7x - 2$

104. $k = -4; f(x) = 3x^3 - x^2 - 5x - 3$

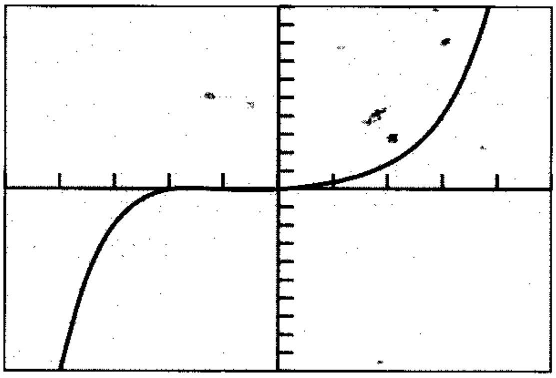
Nos exercícios 105 a 108, use o Teste dos limites superior e inferior das raízes para decidir se existem raízes reais para a função, que estejam fora da região do gráfico que está exposta.

105. $f(x) = 6x^4 - 11x^3 - 7x^2 + 8x - 34$



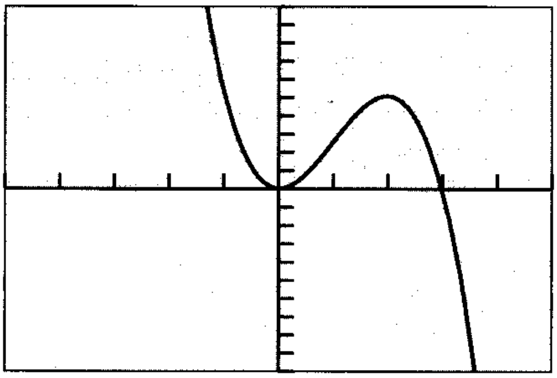
$[-5, 5]$ por $[-200, 1000]$

106. $f(x) = x^5 - x^4 + 21x^2 + 19x - 3$



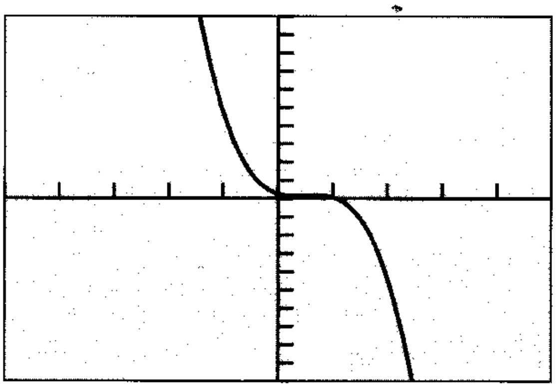
$[-5, 5]$ por $[-1000, 1000]$

107. $f(x) = x^5 - 4x^4 - 129x^3 + 396x^2 - 8x + 3$



$[-5, 5]$ por $[-1000, 1000]$

108. $f(x) = 2x^5 - 5x^4 - 141x^3 + 216x^2 - 91x + 25$



$[-5, 5]$ por $[-1000, 1000]$

Nos exercícios 109 a 116, encontre todas as raízes reais da função (e seus valores exatos) se possível. Analise cada raiz se é racional ou irracional.

109. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 4x + 6$

110. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 3x - 9$

111. $f(x) = x^3 + x^2 - 8x - 6$

112. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 7x + 4$

113. $f(x) = x^4 - 3x^3 - 6x^2 + 6x + 8$

114. $f(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + 5x + 10$

115. $f(x) = 2x^4 - 7x^3 - 2x^2 - 7x - 4$

116. $f(x) = 3x^4 - 2x^3 + 3x^2 + x - 2$

117. Encontre o resto quando $x^{40} - 3$ está dividido por $x + 1$.

118. Encontre o resto quando $x^{63} - 17$ está dividido por $x - 1$.

119. Seja $f(x) = x^4 + 2x^3 - 11x^2 - 13x + 38$.

(a) Use o teste dos limites superior e inferior das raízes para provar que todas as raízes reais de f pertencem ao intervalo $[-5, 4]$.

(b) Encontre todas as raízes racionais de f.

(c) Fatore $f(x)$ usando as raízes racionais encontradas em (b).

(d) Aproxime todas as raízes irracionais de f.

(e) Faça a divisão pelo método de Briot Ruffini com as raízes irracionais do item (d) para continuar a fatoração de $f(x)$ até ficar como em (c).

120. Verdadeiro ou falso A função polinomial $f(x)$ tem um fator $x + 2$ se e somente se $f(2) = 0$. Justifique sua resposta.

121. Verdadeiro ou falso Se $f(x) = (x - 1)(2x^2 - x + 1) + 3$, então quando $f(x)$ é dividido por $x - 1$ o resto é 3. Justifique sua resposta.

122. Múltipla escolha Seja f uma função polinomial com $f(3) = 0$. Qual das seguintes afirmativas não é verdadeira?

(a) $x + 3$ é um fator de $f(x)$.

(b) $x - 3$ é um fator de $f(x)$.

(c) $x = 3$ é uma raiz de $f(x)$.

(d) 3 corta o eixo horizontal x em 3.

(e) O resto quando $f(x)$ é dividido por $x - 3$ é zero.

123. Múltipla escolha Seja $f(x) = 2x^3 + 7x^2 + 2x - 3$. Qual das seguintes alternativas não tem uma possível raiz racional de f?

(a) -3 **(b)** -1 **(c)** 1

(d) $1/2$ **(e)** $2/3$

124. Múltipla escolha Seja $f(x) = (x + 2)(x^2 + x - 1) - 3$. Qual das seguintes alternativas não é verdadeira?

(a) Quando $f(x)$ é dividido por $x + 2$, o resto é -3.

(b) Quando $f(x)$ é dividido por $x - 2$, o resto é -3.

(c) Quando $f(x)$ é dividido por $x^2 + x - 1$, o resto é -3.

(d) $x + 2$ não é um fator de $f(x)$.

(e) $f(x)$ não é completamente divisível por $x + 2$.

125. Múltipla escolha Seja $f(x) = (x^2 + 1)(x - 2) + 7$. Qual das seguintes alternativas não é verdadeira?

(a) Quando $f(x)$ é dividido por $x^2 + 1$, o resto é 7.

(b) Quando $f(x)$ é dividido por $x - 2$, o resto é 7.

(c) $f(2) = 7$.

(d) $f(0) = 5$.

(e) f não tem uma raiz real.

Nos exercícios 1 a 6, identifique as funções exponenciais. Para aquelas que são funções exponenciais da forma $f(x) = ab^x$ determine o valor de a e o valor da base b. Para aquelas que não são, explique por que não.

1. $y = x^8$

2. $y = 3^x$

3. $y = 5^x$

4. $y = 4^2$

5. $y = x^{\sqrt{x}}$

6. $y = x^{1,3}$

Nos exercícios 7 a 10, calcule o valor exato da função para o valor de x dado.

7. $f(x) = 3 \cdot 5^x$ para $x = 0$

8. $f(x) = 6 \cdot 3^x$ para $x = -2$

9. $f(x) = -2 \cdot 3^x$ para $x = 1/3$

10. $f(x) = 8 \cdot 4^x$ para $x = -3/2$

Nos exercícios 11 e 12, determine uma fórmula para a função exponencial cujos valores são dados na Tabela 11.5.

11. $f(x)$

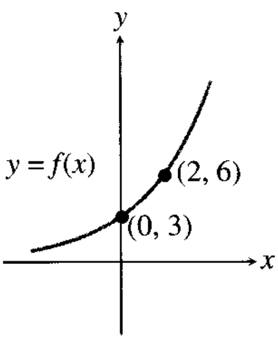
12. $g(x)$

Tabela 11.5 Valores para duas funções exponenciais

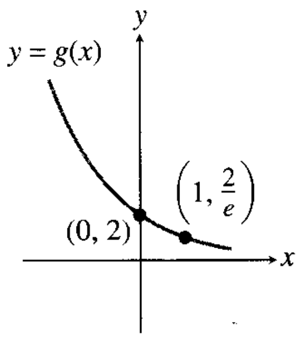
x	$f(x)$	$g(x)$
-2	6	108
-1	3	36
0	3/2	12
1	3/4	4
2	3/8	4/3

Nos exercícios 13 e 14, determine uma fórmula para a função exponencial, cujo gráfico é demonstrado na figura.

13. $f(x)$



14. $g(x)$



Nos exercícios 15 a 24, descreva como transformar o gráfico de f no gráfico de g.

15. $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{x-3}$

16. $f(x) = 3^x$, $g(x) = 3^{x+4}$

17. $f(x) = 4^x$, $g(x) = 4^{-x}$

18. $f(x) = 2^x$, $g(x) = 2^{5-x}$

19. $f(x) = 0{,}5^x$, $g(x) = 3 \cdot 0{,}5^x + 4$

20. $f(x) = 0{,}6^x$, $g(x) = 2 \cdot 0{,}6^{3x}$

21. $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{-2x}$

22. $f(x) = e^x$, $g(x) = -e^{-3x}$

23. $f(x) = e^x$, $g(x) = 2e^{3-3x}$

24. $f(x) = e^x$, $g(x) = 3e^{2x} - 1$

Nos exercícios 25 a 30, **(a)** associe a função dada a seu gráfico; **(b)** explique como fazer a escolha.

25. $y = 3^x$

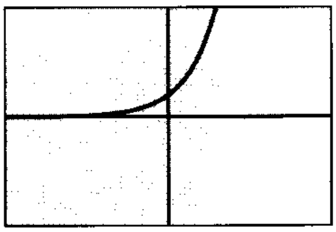
26. $y = 2^{-x}$

27. $y = -2^x$

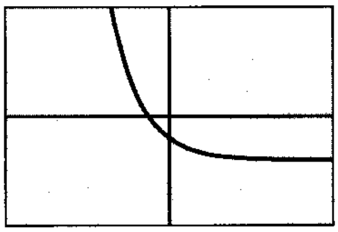
28. $y = -0{,}5^x$

29. $y = 3^{-x} - 2$

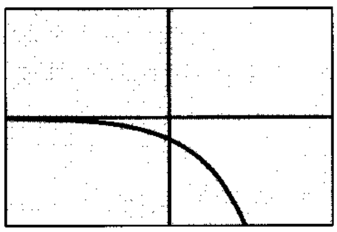
30. $y = 1{,}5^x - 2$



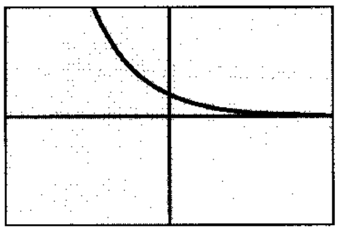
(a)



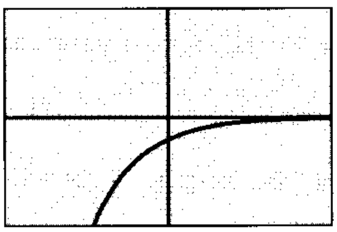
(b)



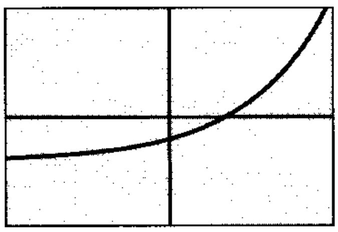
(c)



(d)



(e)



(f)

Nos exercícios 31 a 34, verifique se a função é de crescimento ou de decaimento exponencial; descreva o comportamento de cada função nos extremos do domínio (aqui usamos limite de função).

31. $f(x) = 3^{-2x}$

32. $f(x) = \left(\frac{1}{e}\right)^x$

33. $f(x) = 0{,}5^x$

34. $f(x) = 0{,}75^{-x}$

Nos exercícios 35 a 38, resolva cada desigualdade graficamente.

35. $9^x < 4^x$

36. $6^{-x} > 8^{-x}$

37. $\left(\frac{1}{4}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^x$

38. $\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{2}\right)^x$

Nos exercícios 39 e 40, use as propriedades de potenciação para provar que duas das três funções exponenciais dadas são idênticas.

39. **(a)** $y_1 = 3^{2x+4}$

(b) $y_2 = 3^{2x} + 4$

(c) $y_3 = 9^{x+2}$

40. **(a)** $y_1 = 4^{3x-2}$

(b) $y_2 = 2(2^{3x-2})$

(c) $y_3 = 2^{3x-1}$

Nos exercícios 41 a 44, você pode usar uma calculadora como suporte para fazer gráficos. Encontre o valor por onde o gráfico passa no eixo vertical y e as assíntotas horizontais.

41. $f(x) = \dfrac{12}{1 + 2 \cdot 0{,}8^x}$

42. $f(x) = \dfrac{18}{1 + 5 \cdot 0{,}2^x}$

43. $f(x) = \dfrac{16}{1 + 3e^{-2x}}$

44. $g(x) = \dfrac{9}{1 + 2e^{-x}}$

Nos exercícios 45 a 50, esboce o gráfico da função e analise domínio, imagem, continuidade, crescimento/decrescimento, extremos, assíntotas e comportamento nos extremos do domínio.

45. $f(x) = 3 \cdot 2^x$

46. $f(x) = 4 \cdot 0{,}5^x$

47. $f(x) = 4 \cdot e^{3x}$

48. $f(x) = 5 \cdot e^{-x}$

49. $f(x) = \dfrac{5}{1 + 4 \cdot e^{-2x}}$

50. $f(x) = \dfrac{6}{1 + 2 \cdot e^{-x}}$

Tabela 11.6 População de duas cidades norte-americanas

Cidade	População em 1990	População em 2000
Austin, Texas	465.622	656.562
Columbus, Ohio	632.910	711.265

Fonte: *World Almanac and Book of Facts 2005.*

51. A população de Ohio pode ser modelada por $P(t) = 12{,}79/(1 + 2{,}402 \cdot e^{-0{,}0309t})$, onde P é a população em milhões de pessoas e t é o número de anos desde 1900. Baseado nesse modelo, quando a população de Ohio foi de 10 milhões?

52. A população de Nova York pode ser modelada por

$$P(t) = \frac{19{,}875}{1 + 57{,}993 \cdot e^{-0{,}035005t}}$$

onde P é a população em milhões de pessoas e t é o número de anos desde 1800. Baseado nesse modelo:

(a) Qual foi a população de Nova York em 1850?

(b) Qual será a população em 2010?

(c) Qual é a população máxima sustentável de Nova York (limite para crescimento)?

53. O número B de bactérias num dado local após t horas é dada por

$$B = 100 \cdot e^{0{,}693t}$$

(a) Qual foi o número inicial de bactérias presentes?

(b) Quantas bactérias estão presentes após 6 horas?

54. **Verdadeiro ou falso** Toda função exponencial é estritamente crescente. Justifique sua resposta.

55. **Múltipla escolha** Qual das seguintes funções é exponencial?

(a) $f(x) = a^2$

(b) $f(x) = x^3$

(c) $f(x) = x^{2/3}$

(d) $f(x) = \sqrt[3]{x}$

(e) $f(x) = 8^x$

56. Múltipla escolha Qual é o ponto que todas as funções da forma $f(x) = b^x$ ($b > 0$) têm em comum?

(a) $(1, 1)$

(b) $(1, 0)$

(c) $(0, 1)$

(d) $(0, 0)$

(e) $(-1, -1)$

57. Múltipla escolha O fator de crescimento para $f(x) = 4 \cdot 3^x$ é

(a) 3 **(b)** 4 **(c)** 12

(d) 64 **(e)** 81

58. Múltipla escolha Para $x > 0$, qual das seguintes alternativas é **verdadeira**?

(a) $3^x > 4^x$ **(b)** $7^x > 5^x$

(c) $(1/6)^x > (1/2)^x$ **(d)** $9^{-x} > 8^{-x}$

(e) $0{,}17^x > 0{,}32^x$

Nos exercícios 59 a 64, verifique se a função é de crescimento ou decaimento exponencial e encontre a taxa percentual constante de crescimento ou decaimento.

59. $P(t) = 3{,}5 \cdot 1{,}09^t$ **60.** $P(t) = 4{,}3 \cdot 1{,}018^t$

61. $f(x) = 78{,}963 \cdot 0{,}968^x$ **62.** $f(x) = 5607 \cdot 0{,}9968^x$

63. $g(t) = 247 \cdot 2^t$ **64.** $g(t) = 43 \cdot 0{,}05^t$

Nos exercícios 65 a 76, determine a função exponencial que satisfaz as condições dadas.

65. Valor inicial igual a 5, crescente com taxa de 17% ao ano.

66. Valor inicial igual a 52, crescente com taxa de 2,3% ao dia.

67. Valor inicial igual a 16, decrescente com taxa de 50% ao mês.

68. Valor inicial igual a 5, decrescente com taxa de 0,59% por semana.

69. Valor inicial da população igual a 28.900, decrescente com taxa de 2,6% ao ano.

70. Valor inicial da população igual a 502.000, crescente com taxa de 1,7% ao ano.

71. Valor inicial do comprimento igual a 18 cm, crescendo a uma taxa de 5,2% por semana.

72. Valor inicial da massa igual a 15 gramas, decrescente a uma taxa de 4,6% ao dia.

73. Valor inicial da massa igual a 0,6 grama, dobrando a cada 3 dias.

74. Valor inicial da população igual a 250, dobrando a cada 7,5 horas.

75. Valor inicial da massa igual a 592 gramas, caindo pela metade a cada 6 anos.

76. Valor inicial da massa igual a 17 gramas, caindo pela metade a cada 32 horas.

Nos exercícios 77 e 78, determine uma fórmula para a função exponencial cujos valores são dados na Tabela 11.7.

77. $f(x)$

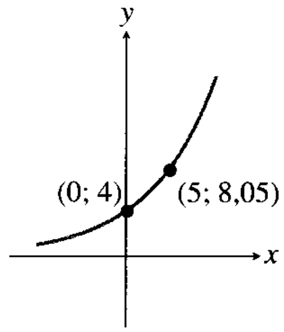
78. $g(x)$

Tabela 11.7 Valores para duas funções exponenciais

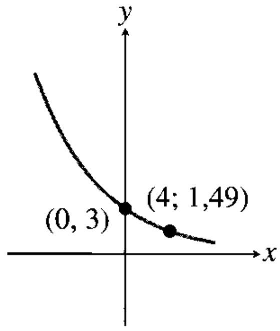
x	$f(x)$	$g(x)$
−2	1,472	−9,0625
−1	1,84	−7,25
0	2,3	−5,8
1	2,875	−4,64
2	3,59375	−3,7123

Nos exercícios 79 e 80, determine uma fórmula para a função exponencial cujo gráfico é demonstrado na figura.

79.



80.



Nos exercícios 81 a 84, encontre a função logística que satisfaz as condições dadas.

81. $f(0) = 10$, limite para crescimento igual a 40, passando através de $(1, 20)$.

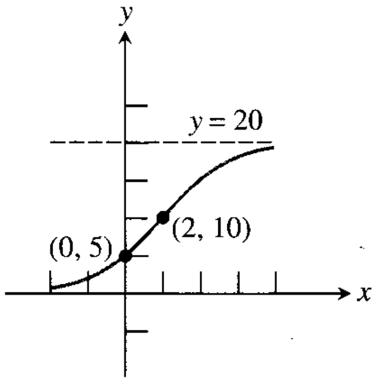
82. $f(0) = 12$, limite para crescimento igual a 60, passando através de $(1, 24)$.

83. $f(0) = 16$, população máxima sustentável igual a 128, passando através de $(5, 32)$.

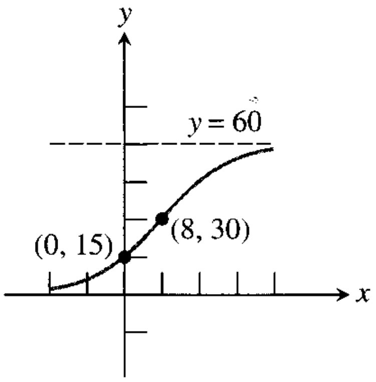
84. $f(0) = 5$, limite para altura igual a 30, passando através de $(3, 15)$.

Nos exercícios 85 e 86, determine uma função para a função logística cujo gráfico é mostrado na figura.

85.



86.



87. Em 2000, a população de Jacksonville era de 736.000 e crescia a uma taxa de 1,49% ao ano. A essa taxa, quando a população será de 1 milhão?

88. Em 2000, a população de Las Vegas era de 478.000 e está crescendo a uma taxa de 6,28% ao ano. A essa taxa, quando a população será de 1 milhão?

89. A população de Smallville no ano de 1890 era igual a 6.250. Suponha que a população cresceu a uma taxa de 2,75% ao ano.

(a) Estime a população em 1915 e 1940.

(b) Estime quando a população alcançará 50.000.

90. A população de River City no ano de 1910 era igual a 4.200. Suponha que a população cresce a uma taxa de 2,25% ao ano.

(a) Estime a população em 1930 e 1945.

(b) Estime quando a população alcançará 20.000.

91. A meia-vida de uma certa substância radioativa é igual a 14 dias. Existem 6,6 gramas presentes inicialmente.

(a) Expresse a quantia da substância remanescente como uma função do tempo t.

(b) Quando existirá menos de 1 grama?

92. A meia-vida de uma certa substância radioativa é igual a 65 dias. Existem 3,5 gramas presentes inicialmente.

(a) Expresse a quantia da substância remanescente como uma função do tempo t.

(b) Quando existirá menos de 1 grama?

93. O número B de bactérias em um local após t horas é dado por

$$B = 100 \cdot e^{0,693t}$$

Quando o número de bactérias será 200? Estime o tempo para dobrar a quantia de bactérias.

94. Verdadeiro ou falso Se a taxa percentual constante de uma função exponencial é negativa, então a base da função é negativa. Justifique a sua resposta.

95. Múltipla escolha Qual é a taxa percentual de crescimento constante de $P(t) = 1{,}23 \cdot 1{,}049^t$?

(a) 49% **(b)** 23% **(c)** 4,9%
(d) 2,3% **(e)** 1,23%

96. Múltipla escolha Qual é a taxa percentual de decaimento constante de $P(t) = 22{,}7 \cdot 0{,}834^t$?

(a) 22,7% **(b)** 16,6% **(c)** 8,34%
(d) 2,27% **(e)** 0,834%

97. Múltipla escolha Uma única célula de ameba duplica a cada 4 horas. Quanto tempo uma célula de ameba levará para produzir uma população de 1.000?

(a) 10 dias **(b)** 20 dias **(c)** 30 dias
(d) 40 dias **(e)** 50 dias