

**Sistema em estudo:** A Figura 1 mostra o modelo de um motor de corrente contínua (motor CC) com o qual se deseja movimentar uma carga com momento de inércia  $J_c$  através de um eixo com coeficiente de atrito viscoso torcional  $b$ . O rotor tem momento de inércia  $J_m$ . A carga é movimentada através de duas engrenagens com raios  $r_m$  e  $r_c$ , respectivamente. O rotor, constituído por um conjunto de espiras, é modelado por um circuito  $RL$  série alimentado pela tensão externa  $V(t)$ , a qual deve ser manipulada de modo à controlar a variável de interesse do sistema (velocidade angular ou posição angular da carga). Assim sendo, o controle é feito pela tensão de armadura, mantendo uma tensão constante aplicada ao rotor da máquina. A tensão aplicada ao enrolamento de armadura é  $E(t) = K_1 V(t)$ , sendo  $K_1$  o ganho do amplificador. O seguinte modelo matemático rege o comportamento dinâmico do rotor:

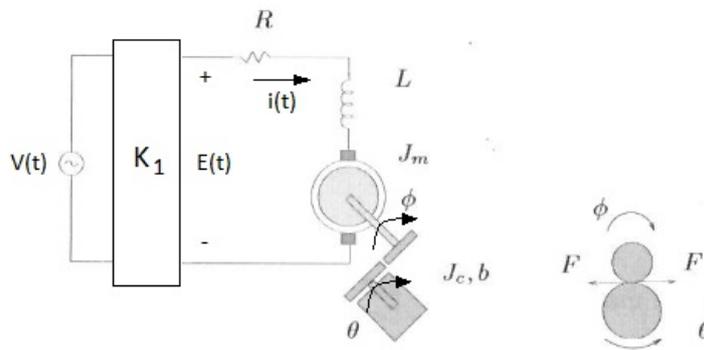


Figure 1. Motor de Corrente Contínua.

**Parte elétrica:** O circuito  $RL$  série fornece:

$$L \frac{d}{dt} i(t) + R i(t) = K_1 V(t) - K_2 \frac{d}{dt} \phi(t), \quad (1)$$

onde se nota o acoplamento através da velocidade angular do rotor pelo termo  $K_2 \frac{d}{dt} \phi(t)$ , o qual consiste na tensão resultante no entreferro da máquina.

**Parte mecânica:** O motor gera um torque total  $T_{tot} = K_2 i(t)$ , que é transferido à carga através do rotor. Portanto, obtemos as equações:

$$J_m \frac{d^2}{dt^2} \phi(t) + F_{r_m} = T_{tot}, \quad J_c \frac{d^2}{dt^2} \theta(t) + b \frac{d}{dt} \theta(t) = F_{r_c}, \quad (2)$$

as quais, levando em conta as relações algébricas  $r_m \phi(t) = r_c \theta(t)$  e  $c = r_c / r_m$ , e mais a condição de equilíbrio  $F_{r_c} = c F_{r_m}$  permitem determinar o deslocamento angular da carga na forma

$$(J_c + c^2 J_m) \frac{d^2}{dt^2} \theta(t) + b \frac{d}{dt} \theta(t) = c K_2 i(t), \quad (3)$$

onde se nota o acoplamento através da corrente elétrica que circula no rotor. Levando em consideração na equação (1) a relação  $\phi(t) = c \theta(t)$ , podemos reescrevê-la como:

$$L \frac{d}{dt} i(t) + R i(t) = K_1 V(t) - c K_2 \frac{d}{dt} \theta(t), \quad (4)$$

As equações (3) e (4) definem, portanto, o modelo matemático do sistema em estudo no domínio do tempo  $t$ , sendo que, a variável de entrada é a tensão  $V(t)$  e a variável de saída é a velocidade angular  $w(t) = \frac{d}{dt}\theta(t)$  ou a própria posição angular  $\theta(t)$  da carga.

## 1 Parte A - Controle da Velocidade Angular da Carga

Nesta primeira parte do trabalho, considera-se como objetivo fazer com que a carga se movimente com uma velocidade angular constante pré-estabelecida. Sob condições iniciais nulas e aplicando a transformada de Laplace em (3) e (4), obtém-se:

$$(Ls + R)I(s) + cK_2W(s) = K_1V(s), \quad (5)$$

$$((J_c + c^2J_m)s + b)W(s) = cK_2I(s), \quad (6)$$

onde  $W(s)$  e  $I(s)$  são as transformadas de Laplace de  $w(t)$  e  $i(t)$ , respectivamente. Além do mais, para a obtenção das equações (5)-(6) foi utilizada a relação  $W(s) = s\Theta(s)$ , sendo  $\Theta(s)$  a transformada de Laplace de  $\theta(t)$ . Substituindo na segunda equação a transformada de Laplace da corrente fornecida pela primeira equação, obtemos a função de transferência  $G(s)$  entre a tensão de entrada  $V(s)$  e a velocidade angular da carga  $W(s)$ , ou seja,  $W(s) = G(s)V(s)$ , na forma

$$G(s) = \frac{cK_1K_2}{((J_c + c^2J_m)s + b)(Ls + R) + c^2K_2^2}. \quad (7)$$

Para a resolução dos itens da Parte A do trabalho, considere os seguintes valores para os parâmetros do sistema em estudo:  $c = 1$ ,  $L = 0.3H$ ,  $R = 0.1\Omega$ ,  $b = 6Nm.seg/rad$ ,  $J = J_c + J_m = 2Kgm^2$ ,  $K_1 = 4$  e  $K_2 = 1$ .

**a)** Considere um sistema de controle em malha aberta (quando não há realimentação do sinal de saída) do sistema físico em estudo, como ilustrado na Figura 2 (a), sendo  $G(s)$  dado por (7). Ajuste o valor de tensão de entrada  $V(t)$  de tal maneira que seja atingido um valor de regime permanente igual à  $50rad/s$  para a velocidade angular  $w(t)$  da carga. Chame o valor ajustado de  $V_m$ . **Sugestão:** ajuste este valor por meio de tentativa e erro em conjunto com simulações numéricas; ou, utilize o teorema do valor final para encontrar uma equação de  $w$  em regime permanente que seja função da amplitude da tensão de entrada.

**b)** Apresente a resposta no tempo da velocidade angular  $w(t)$  em relação a aplicação em degrau da tensão de entrada ajustada no item anterior. **Sugestão:** 1) utilize o Simulink.

**c)** Considere a ação indesejada de perturbações externas (por exemplo, ruídos na saída do amplificador) na forma de um sinal  $Z(s)$ , como ilustrado na Figura 2 (b). Apresente novamente a resposta no tempo da velocidade angular  $w(t)$  em relação a aplicação em degrau da tensão de entrada ajustada no item (a), considerando agora a influência do sinal  $Z(s)$ . Para isto utilize o bloco "uniform random number" do Simulink para gerar o sinal  $Z(s)$ . Neste bloco especifique um valor máximo de perturbação igual à 10 e um valor mínimo igual à  $-10$ .

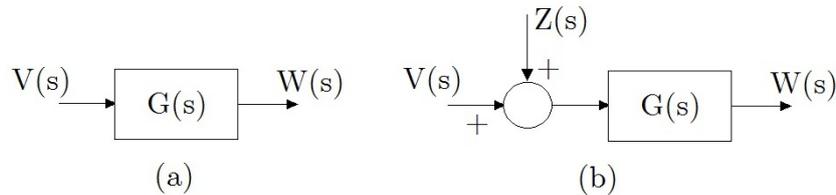


Figure 2. Sistema de controle em malha aberta: (a) sem a presença de perturbações externas; (b) com a presença de perturbações externas na forma de um sinal  $Z(s)$ .

Para os itens (d) à (h), considere um sistema de controle em malha fechada (quando há realimentação do sinal de saída) do sistema físico em estudo, como ilustrado na Figura 3 (a). O sinal de referência  $r(t)$  deve ser igual ao valor desejado para a variável de saída, a qual é de  $50rad/s$ .

**d)** Considere o controlador na forma de um ganho  $K$ . O erro em regime permanente do sistema em malha fechada a uma entrada em degrau será nulo, finito ou infinito? Se for finito, obtenha uma expressão do erro em regime

permanente em função do ganho  $K$ . Apresente a resposta da velocidade angular em relação a aplicação em degrau da referência  $r(t)$  para  $K = 10, 20$  e  $30$  (mostre os resultados em um mesmo gráfico para facilitar a comparação). Faça comentários a respeito do desempenho em regime permanente e transitório dos resultados encontrados.

e) Apresente o Lugar Geométrico das Raízes (LGR) do sistema em malha fechada com o controlador na forma de um ganho  $K$ . Destaque o ponto de início ( $K \rightarrow 0$ ) e o ponto final ( $K \rightarrow \infty$ ) do LGR. Verifique se existe valor(es) de  $K$  tal que o sistema em malha fechada seja instável.

f) Projete um controlador que atenda os seguintes critérios de desempenho do sistema em malha fechada: o erro em regime permanente deve ser igual ou inferior à 10%; o tempo de subida deve ser igual ou inferior à 3% e o tempo de assentamento deve ser igual ou inferior à 10s. Apresente o projeto do compensador passo-a-passo. Apresente o LGR do sistema em malha fechada com o compensador de fase projetado.

g) Apresente a resposta no tempo da velocidade angular em relação a aplicação em degrau do sinal de referência  $r(t)$ . Evidencie na figura que os critérios de desempenho especificados foram atendidos.

h) Considere novamente a ação indesejada de perturbações externas na forma de um sinal  $Z(s)$ , como ilustrado na Figura 3 (b). Apresente a resposta no tempo da velocidade angular em relação a aplicação em degrau do sinal de referência  $r(t)$ , considerando a influência da perturbação externa. Compare esta resposta com aquela obtida no item (c). Para isso, apresente ambas as repostas em um mesmo gráfico.

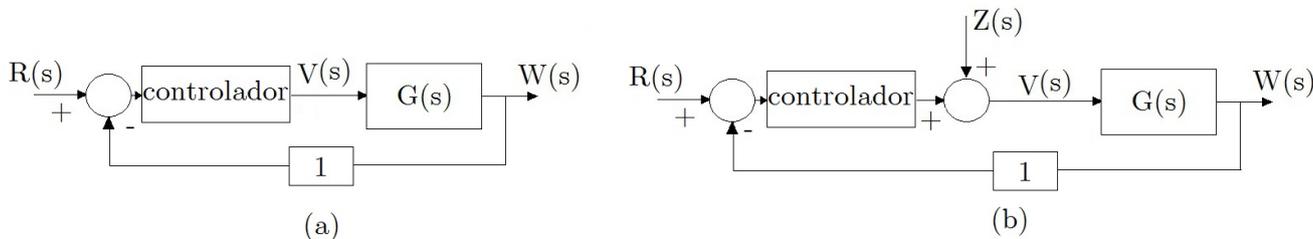


Figure 3. Sistema de controle em malha fechada: (a) sem a presença de perturbações externas; (b) com a presença de perturbações externas na forma de um sinal  $Z(s)$ .

## 2 Parte B - Controle da Posição Angular da Carga

Para a resolução dos itens da Parte B do trabalho, assuma que a indutância  $L$  é desprezível ( $L \approx 0$ ) e considere os seguintes valores para os demais parâmetros:  $c = 1$ ,  $R = 0.1\Omega$ ,  $b = 4.5\text{Nm}\cdot\text{seg}/\text{rad}$ ,  $J = J_c + J_m = 2\text{Kgm}^2$ ,  $K_1 = 4$  e  $K_2 = 1$ . Considere também que a variável controlada do sistema seja a posição angular  $\theta(t)$  da carga, a qual deve ser mantida em  $0.1\text{rad}$ .

a) Faça as modificações necessárias no modelo matemático do sistema para obter a nova função de transferência  $G(s) = \Theta(s)/V(s)$ . Apresente  $G(s)$ .

Para os próximos itens considere um sistema em malha fechada com realimentação unitária, sendo a variável de saída a posição angular.

b) Considere o controlador na forma de um ganho  $K$ . O erro em regime permanente do sistema em malha fechada a uma entrada em degrau será nulo, finito ou infinito? Se for finito, obtenha uma expressão do erro em regime permanente em função do ganho  $K$ . Apresente a resposta da posição angular e velocidade angular em relação a aplicação em degrau da referência  $r(t)$  para  $K = 10, 20$  e  $30$  (mostre os resultados em um mesmo gráfico para facilitar a comparação). Faça comentários a respeito do desempenho em regime permanente e transitório dos resultados encontrados.

e) Apresente o Lugar Geométrico das Raízes (LGR) do sistema em malha fechada com o controlador na forma de um ganho  $K$ . Destaque o ponto de início ( $K \rightarrow 0$ ) e o ponto final ( $K \rightarrow \infty$ ) do LGR. Verifique se existe valor(es) de  $K$  tal que o sistema em malha fechada seja instável.

**f)** Projete um controlador que atenda os seguintes critérios de desempenho do sistema em malha fechada: o erro em regime permanente deve ser igual ou inferior à 10%; o tempo de subida deve ser igual ou inferior à 5% e o tempo de assentamento deve ser igual ou inferior à 10s. Apresente o projeto do compensador passo-a-passo. Apresente o LGR do sistema em malha fechada com o compensador de fase projetado.

**g)** Apresente a resposta no tempo da posição angular e da velocidade angular em relação a aplicação em degrau do sinal de referência  $r(t)$ . Evidencie na figura que os critérios de desempenho especificados foram atendidos.