

Resolução de Exercícios - Tópico 1 - Lista

DELT-UFPR - 2012.2

Professor: Roman Kuiava, Prof. Dr.

Monitor: Jonathan Morris Samara

Curitiba, 5 de Maio de 2013

TESTE

A solução dos exercícios não necessariamente são as mesmas que as soluções apresentadas na lista

(1) Sadiku(10.1). Determine $i(t)$ em regime permanente no circuito da Figura 1(a).

Transformada Fasorial

Um circuito submetido a uma tensão alternada, cujo interesse é definir tensões e correntes em regime permanente, só pode ser resolvido quando submetido a transformada fasorial segundo os seguintes critérios;

Teste

Domínio do Tempo Domínio da Frequência

$2 \cos(10t)$ V \rightarrow $2\angle 0^\circ$ V Fonte de Tensão

Os parâmetros dos Capacitores, Resistores e Indutores podem ser definidos em termos de impedância segundo o que se segue;

Parâmetros	Impedâncias
1Ω	1Ω
$1F$	$-0,1i\Omega$
$1H$	$10i\Omega$
1Ω	1Ω

Associação

Dado a posição da corrente, o problema pode ser resolvido em associação de Impedâncias;

$$\frac{1}{Z_{eqa}} = \frac{1}{Z_{resistor}} + \frac{1}{Z_{indutor}} + \frac{1}{Z_{capacitor}}$$

$$Z_{eqa} = 0,010 - 0,1i\Omega$$

$$Z_{total} = Z_{eqa} + Z_{resistor}$$

$$Z_{total} = 1,010 - 0,100i\Omega$$

Corrente

Basta usar a seguinte relação;

$$\bar{V} = Z\bar{I}$$

Isolando o \bar{I} - Encontra-se a o fasor da Corrente;

$$\bar{I} = A$$

Isso pode ser escrito em termos de um fasor;

$$1,9610\angle +5,6499^\circ A$$

Através do fasor pode-se escrever a equação da corrente no domínio do tempo;

$$i(t) = 1,9610 \cos(10t + 5,6488^\circ) \text{ A}$$

(2) Sadiku(10.5). Determine i_o em regime permanente no circuito da Figura 1(b).

Transformada fasorial

Realizar a transformada fasorial da tensão e efetuar a transformada dos parâmetros dos componentes em impedâncias;

Fonte de Tensão

$$\bar{V} = 25 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Parâmetros	Impedâncias
$2k\Omega$	$2k\Omega$
$0,25H$	$j1000\Omega$
$2\mu F$	$-j125\Omega$

Análise das Malhas

Basta equacionar as malhas

Declarando que \bar{I}_o é maior que (\bar{I}_1)

Malha 1

$$-(25 \angle 0^\circ) + 2000(\bar{I}_0) + (j1000(\bar{I}_0 - \bar{I}_1)) = 0$$

Malha 2

$$-(j1000(\bar{I}_0 - \bar{I}_1)) + (-j1000(\bar{I}_1)) + 10(\bar{I}_0) = 0 \text{ Arrumando a equação para ficarem termos de Sistema;}$$

$$\begin{bmatrix} (2000 + j1000) & (-j1000) \\ (10 - j1000) & (j875) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_0 \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (25 \angle 0^\circ) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

A solução do sistema é dada; $\bar{I}_0 = 0,01236 + j0,0008783 \text{ A}$

$$\bar{I}_1 = 0,01412 + j0,001145 \text{ A}$$

Transformada Inversa

Se obtem a solução do problema por efetuar a transformada fasorial Inversa;

$$i(t) = 0,01239 \cos(10^3 t + 4,063^\circ) \text{ A}$$

(3) Use a análise nodal para determinar \mathbf{V} no circuito da Figura 1(c).

Definindo variáveis

A corrente que percorre o resistor de 40Ω é \bar{I}_1 , a corrente $6 \angle 30^\circ$ é \bar{I}_2 , a corrente que percorre o capacitor $-j30\Omega$ é \bar{I}_3 e a corrente que percorre o resistor 50Ω é \bar{I}_4 .

Equacionando

Com base na conservação das correntes, a seguinte equação pode ser escrita;

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 + \bar{I}_3 + \bar{I}_4$$

Cada uma das correntes podem ser equacionadas seguindo a lei $V = ZI$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{120\angle-15^\circ - V}{40 + j20} \\ I_2 &= 6\angle30^\circ \\ I_3 &= \frac{V}{-j30} \\ I_4 &= \frac{V}{50} \end{aligned}$$

Seguindo o conceito da corrente, pode-se chegar em uma equação em que se mantem como incógnita apenas o V

$$\frac{120\angle-15^\circ - V}{40 + j20} = 6\angle30^\circ + \frac{V}{-j30} + \frac{V}{50}$$

As equação pode ser ajustada para isolar o V (não se esqueça de passar o fasor para a forma retangular).

$$V(1/-j30) + (V/50) + (V/(40 + j20)) = ((120\angle - 15^\circ)/(40 + j20)) - (6\angle - 30^\circ)$$

Resolvendo a equação, a solução final é $V = 124.08\angle - 154^\circ$ V

(4) Nilsson(9.61). Use o método das correntes de malha para determinar a expressão de regime permanente para $v_o(t)$ na Figura 1(m)

Encontrar as equações das malhas

Suponha que todas as correntes possuem o mesmo sentido que a corrente I_Δ

Malha 1 dada por I_Δ ;

$$(I_\Delta)(-j20) - 2,5(I_\Delta) + j5(I_\Delta - I_1) = 0$$

$$(I_\Delta)(-j20 - 2,5 + j5) + (I_1)(-j5) = 0$$

$$-2,5(I_\Delta) - j5(I_\Delta - I_1) + 8(I_1 - I_2) = 0$$

Lembrarque $V_0 = -8 * (I_1 - I_2)$ devido a o sentido da corrente

$$(I_\Delta)(-2,5 - j5) + (I_1)(+j5 + 8) + (I_2)(-8) = 0$$

$$I = 15\angle0^\circ A$$

Todas as equações podem ser reescritas;

$$(I_\Delta)(-j20 - 2,5 + j5) + (I_1)(-j5) = 0$$

$$(I_\Delta)(-2,5 - j5) + (I_1)(+j5 + 8) = 120$$

Resolução do Sistema

$$\begin{bmatrix} (-2,5 - j15) & (-j5) \\ (-2,5 - j5) & (j5 + 8) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I}_\Delta \\ \bar{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 120 \end{bmatrix} \quad (2)$$

A solução do Sistema é a seguinte; $I_{\Delta} = -14,55 + j4,9172A$
 $I_{=1,9079 - j * 8,7527A}$

Como o problema está pedindo V precisamos efetuar o cálculo da equação $V_0 = -8 * (I_1 - I_2)$ que resulta em ;
 $V_0 = 104,73 + i70,021V$
 Posto na forma fasorial, a solução fica;
 $125,98 \angle 33,7733^\circ V$

(5) Determine $I_1, I_2, I_3, e I_x$ no circuito da Figura 1(i).

Equacionando

Precisamos definir as equações em cada malha e ajustar elas;

Malha 1

$$-12 \angle 64^\circ + (I_1)20 + ((I_1) - (I_3))(-j * 15) + 8 * ((I_1) - (I_2)) = 0$$

$$I_1(28 - j15) + I_2(-8) + I_3(j15) = 12 \angle 64^\circ$$

Malha 2

$$-8((I_1) - (I_2)) + j16((I_2) - (I_3)) - j25((I_2)) = 0$$

$$I_1(-8) + I_2(8 + j16 - j25) + I_3(-j16) = 0$$

Malha 3

$$-(-j15)(I_1 - I_3) - j16((I_2) - (I_3)) + 10(I_3) = 0$$

$$I_1(j15) + I_2(-j16) + I_3(+j + 10) = 0$$

Resolvendo as equações

As equações podem ser resolvidas através de um sistema linear que se segue descrito em forma de matriz

$$\begin{bmatrix} (28 - j15) & (-8) & (j15) \\ (-8) & (8 + j16 - j25) & (-j16) \\ (j15) & (-16j) & (j + 10) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (12 \angle 64^\circ) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Solução final

Ao resolver o sistema se encontra;

$$I_1 = -0,1280 + j0,3594A = 0,3815 \angle -70,39^\circ A$$

$$I_2 = -0,1946 + j0,284A = 0,3443 \angle \{-55^\circ A$$

$$I_3 = 0,0718 - j0,1265A = 0,144 \angle \{-60,412^\circ A$$

$$I_x = 0,0666 - j0,6434A = I_1 - I_2 = 0,6468 \angle -84,9^\circ A$$

(6) Sadiku(10.61) Determine o circuito equivalente de Thévenin nos terminais a e b do circuito da figura 1(j);

Descobrimo a tensão entre a e b

Em um problema desse gênero, o primeiro passo a ser tomado é descobrir a tensão que está entre os terminais a-b, pois ela será a Tensão de Thévenin que alimentará o circuito equivalente;

Como o que se quer é tensão, é recomendável a usar o método nodal, pois tal valor se torna mais fácil de ser obtido;

$$2 = I_x - 1,5I_x$$

$$2 = I_x(-0,5)$$

$$I_x = -4A$$

$$V_0 = -j3(I_x)$$

$$V_0 = +12jV$$

$$V_0 - V_{th} = -1,5(I_x)(4)$$

$$V_{th} = -24 + j12V$$

Encontrando a resistência de Thévenin

Para isso, simplesmente tiramos a fonte de corrente através de um circuito aberto onde ela se encontra e, apenas pelo fato do circuito conter uma fonte de corrente, colocamos uma fonte arbitrária entre os terminais a e b de tensão V, cuja relação, $V=ZI$ nos proporcionará a impedância de Thévenin;

$$V_{th} = Z_{th} * I_{th}$$

$$I_{th} + 1,5I_x - I_x = 0$$

$$I_{th} = -0,5I_x$$

$$V_{th} = (4 - j * 3) * I_x$$

$$V_{th}/I_x = (4 - j * 3)$$

$$I_x = -2I_{th}$$

$$Z_{th} = -8 + j6\Omega$$

Solução final

$$V_{th} = -24 + j12V$$

$$Z_{th} = -8 + j6\Omega$$