



# Teoria da Transmissão de Energia Elétrica – Parte I

Prof. Dr. Alexandre Rasi Aoki

# Agenda

- Introdução
- Análise Qualitativa
  - Energização da LT
  - Relações de Energia
  - Ondas Viajantes



# INTRODUÇÃO

# Introdução

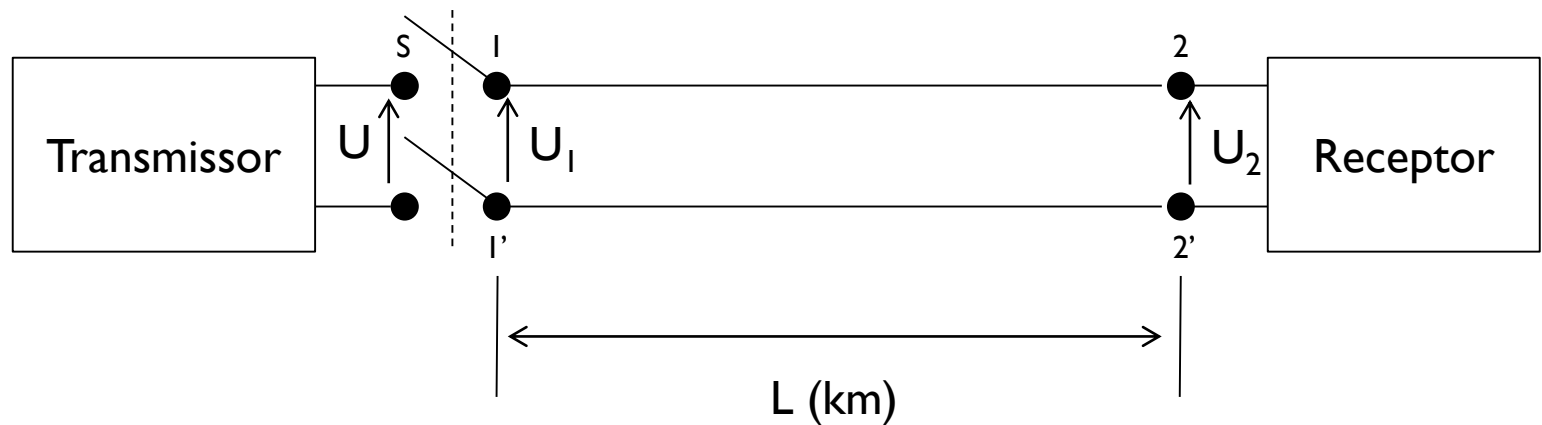
- Física
  - Linha de transmissão se aplica a todos os elementos de circuitos que se destinam ao transporte de energia
  - Independente da quantidade de energia transportada
  - Independente do comprimento físico da linha



# **ANÁLISE QUALITATIVA**

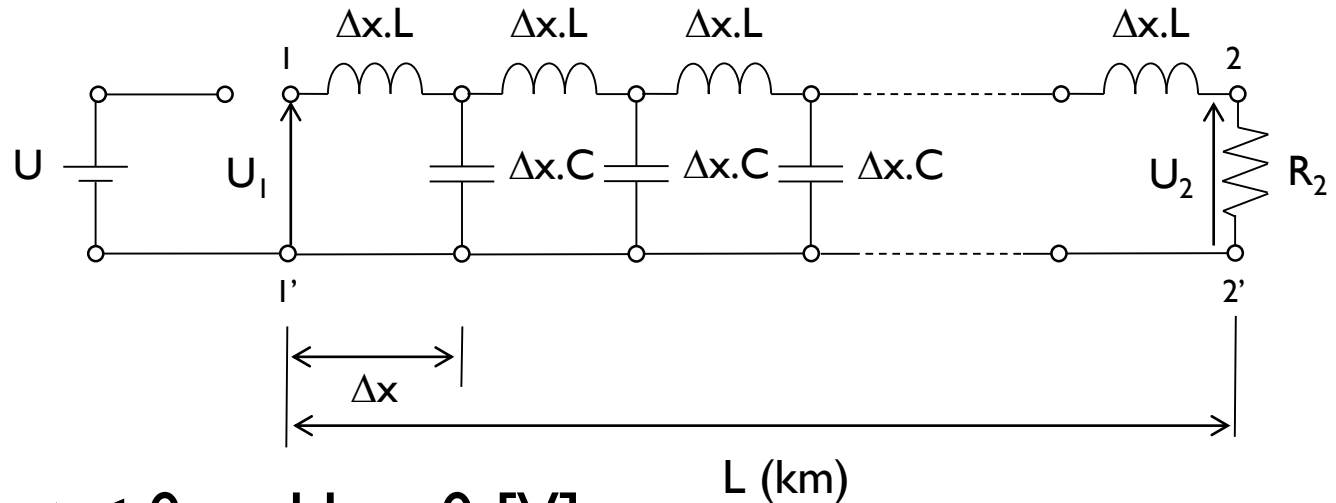
# Análise Qualitativa

- Linha bifilar ideal



# Análise Qualitativa

- Energização da LT



- $t < 0 \Rightarrow U_1 = 0$  [V]
- $t = 0 \Rightarrow U_1 = U$  [V]
- $\Delta t$  para superar cada  $\Delta x$
- Ocorre um tempo finito entre a energização do transmissor e a medição de tensão no receptor

# Análise Qualitativa

- Energização da LT

- Velocidade de propagação ou celeridade

$$v = \frac{l}{T} \text{ [km/s]}$$

- l é o comprimento da LT em [km]
- T é o tempo necessário para que a tensão no receptor atinja a tensão U [V]

- Impedância de entrada da LT

$$Z_0 = \frac{1}{C.v} = L.v \text{ [ohm]} \Rightarrow v = \frac{1}{\sqrt{L.C}} \text{ [km/s]}$$



# Análise Qualitativa

- Energização da LT

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

- Fazendo  $L = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \ln \frac{D}{r}$  em [H/km] e  $C = \frac{1}{18 \cdot 10^6 \cdot \ln \frac{D}{r}}$  em [F/km]

$$Z_0 = 60 \cdot \ln \frac{D}{r}$$

Impedância natural da linha

- D é a distância entre condutores [m] e r é o raio dos condutores [m]
- $Z_0$  não depende do comprimento da LT, somente do meio e de suas dimensões físicas

# Análise Qualitativa

- Energização da LT

- Logo

$$I_0 = \frac{U}{Z_0} = cte.$$

- Não depende do comprimento da LT

# Análise Qualitativa

- Relações de energia

- Energia fornecida pela fonte

$$\Delta E_f = U \cdot I_0 \cdot \Delta t$$

- Energia nos campos elétrico e magnético

$$\Delta E_m = \frac{I_0^2 \cdot L \cdot \Delta x}{2} \text{ [Ws]} \text{ e } \Delta E_c = \frac{U^2 \cdot C \cdot \Delta x}{2} \text{ [Ws]}$$

- Para linha ideal infinita

$$U \cdot I_0 \cdot \Delta t = \frac{I_0^2 \cdot L \cdot \Delta x}{2} + \frac{U^2 \cdot C \cdot \Delta x}{2} \text{ [Ws]}$$

- A quantidade de energia armazenada no campo elétrico é exatamente igual à quantidade de energia armazenada no campo magnético

# Análise Qualitativa

- Relações de energia

- Para linha finita com terminador de  $R_2 = |Z_0|$

- Logo

$$U = I_0 \cdot Z_0 = I_0 \cdot R_2 = I_2 \cdot R_2$$

- Toda energia fornecida será dissipada em  $R_2$

$$U \cdot I_0 \cdot \Delta t = I_0^2 \cdot R_2 \cdot \Delta t$$

$R_2 = |Z_0|$   
Linha de  
comprimento  
infinito

- Casos

- LT com resistência terminal maior que  $Z_0$
- LT com resistência terminal menor que  $Z_0$

# Análise Qualitativa

- Relações de energia
  - LT com  $R_2 > Z_0$ 
    - $I_2' < I_0$  logo a potência dissipável é menor que a potência  $I_2^2 \cdot R_2$
    - $\downarrow E_2 \Rightarrow \downarrow E_m \Rightarrow \uparrow E_c \Rightarrow \uparrow U_2 \Rightarrow \downarrow I_2$
    - $R_2 = \infty \Rightarrow U_2 = 2 \cdot U$
  - LT com  $R_2 < Z_0$ 
    - $I_2'' > I_0$  logo a potência dissipável é maior que a potência  $I_2^2 \cdot R_2$
    - $\uparrow E_2 \Rightarrow \uparrow E_m \Rightarrow \downarrow E_c \Rightarrow \downarrow U_2 \Rightarrow \uparrow I_2$
    - $R_2 = 0 \Rightarrow I_2'' = 2 \cdot I_0$

# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes (no  $t = l.T$ )
  - Ondas diretas
    - Quando energizamos a LT partem do transmissor uma onda de tensão  $U$  [V] e uma onda de corrente  $I_0$  [A], com velocidade constante  $v$  [m/s] para o receptor
  - Ondas refletidas
    - Viajam do receptor para o transmissor com a mesma velocidade das ondas incidentes
  - Em cada ponto da LT e em qualquer instante

$$U = U_d \pm U_r \text{ e } I = I_d \pm I_r$$

# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes

- LT com  $R_2 > Z_0$

- $U_r$  tem o mesmo sinal de  $U_d$ , logo a tensão resultante será maior que a incidente
- $I_r$  tem sinal contrário a  $I_d$ , logo a corrente resultante será menor que a incidente

- LT com  $R_2 = Z_0$

- $U_r$  e  $I_r$  são nulas

- LT com  $R_2 < Z_0$

- $U_r$  tem sinal contrário a  $U_d$ , logo a tensão resultante será menor que a incidente
- $I_r$  tem o mesmo sinal de  $I_d$ , logo a corrente resultante será maior que a incidente

# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes
  - Ondas refletidas têm as mesmas propriedades das ondas incidentes

$$\frac{U_d}{I_d} = \frac{U_r}{I_r} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_0$$

- Em qualquer ponto de um LT com  $R_2 \neq Z_0$

$$\frac{U}{I} = \frac{U_d + U_r}{I_d + I_r} \neq Z_0$$

- Sabendo que

$$Z_2 = \frac{U_2}{I_2} = \frac{U_d + U_r}{I_d + I_r} \text{ [ohm]}$$



# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes

- Como

$$I_r = -\frac{U_r}{Z_0} \text{ e } I_d = \frac{U_d}{Z_0} \Rightarrow$$

$$U_r = \left(\frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}\right) \cdot U_d \text{ [V] e } I_r = \left(\frac{Z_0 - Z_2}{Z_2 + Z_0}\right) \cdot I_d \text{ [A]}$$

- Coeficientes de reflexão

$$k_{rU} = \left(\frac{Z_2 - Z_0}{Z_2 + Z_0}\right) \text{ e } k_{rI} = \left(\frac{Z_0 - Z_2}{Z_2 + Z_0}\right)$$

$$-1 \leq k_{rU}, k_{rI} \leq +1$$

# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes
  - Ondas de tensão e corrente refletidas viajando para o transmissor
  - Fonte ideal  $Z_f = 0$ 
    - A onda refletida de tensão anula inteiramente a onda incidente e a tensão no transmissor continuará sendo  $U$  [V]
    - A onda refletida de corrente tem o mesmo valor que a onda que incidiu na fonte, porém em sentido contrário

# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes

- Exemplo:  $R_2 = 3 \cdot Z_0$  e  $R_f = 0 \Rightarrow k_{r2U,I} = \pm 1/2$  e  $k_{rfU,I} = \mp 1$

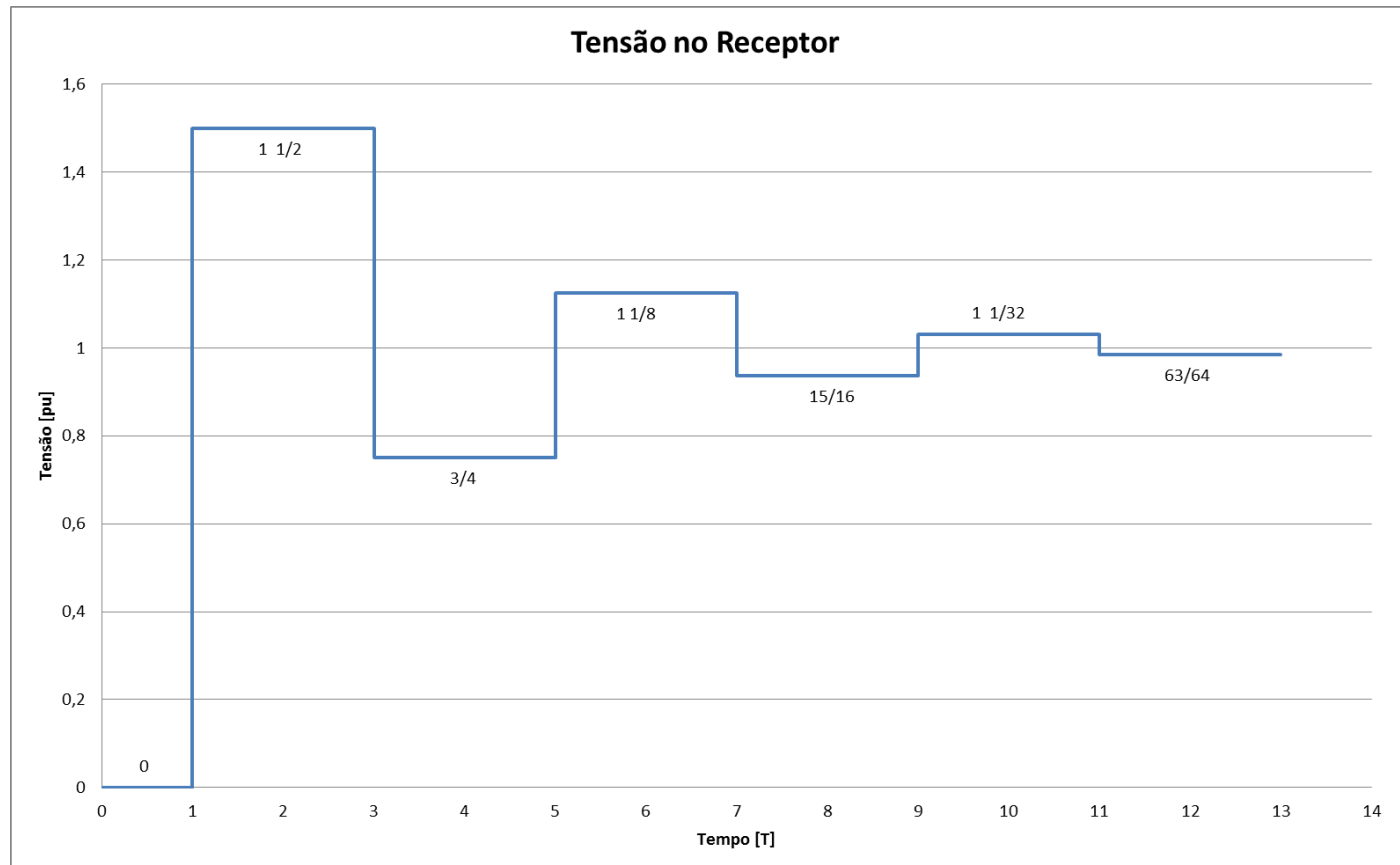
		Transmissor	
t =		Ud	0
	0T	Ur	1 IU
		Ud	0,5
	2T	Ur	-0,5 IU
		Ud	-0,25
	4T	Ur	0,25 IU
		Ud	0,125
	6T	Ur	-0,125 IU
		Ud	-0,0625
	8T	Ur	0,0625 IU
	Ud	0,03125	
10T	Ur	-0,03125 IU	

		Receptor	
t =		Ud	1
	1T	Ur	0,5 I 1/2U
		Ud	-0,5
	3T	Ur	-0,25 3/4U
		Ud	0,25
	5T	Ur	0,125 I 1/8U
		Ud	-0,125
	7T	Ur	-0,0625 15/16U
		Ud	0,0625
	9T	Ur	0,03125 I 1/32U
	Ud	-0,03125	
11T	Ur	-0,01563 63/64U	

# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes

- Exemplo:  $R_2 = 3 \cdot Z_0$  e  $R_f = 0 \Rightarrow k_{r2U,I} = \pm 1/2$  e  $k_{rfU,I} = \mp 1$



# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes

- Exemplo:  $R_2 = 3 \cdot Z_0$  e  $R_f = 0 \Rightarrow k_{r2U,I} = \pm 1/2$  e  $k_{rfU,I} = \mp 1$

		Transmissor		
t =	0T	Id	0	
		Ir	1	1 1
2T	2T	Id	-0,5	
		Ir	-0,5	0 1
4T	4T	Id	0,25	
		Ir	0,25	1/2 1
6T	6T	Id	-0,125	
		Ir	-0,125	1/4 1
8T	8T	Id	0,0625	
		Ir	0,0625	3/8 1
10T	10T	Id	-0,03125	
		Ir	-0,03125	5/16 1
12T	12T	Id	0,015625	
		Ir	0,015625	11/32 1
14T	14T	Id	-0,00781	
		Ir	-0,00781	21/64 1

		Receptor		
t =	1T	Id	1	
		Ir	-0,5	1/2 1
3T	3T	Id	-0,5	
		Ir	0,25	1/4 1
5T	5T	Id	0,25	
		Ir	-0,125	3/8 1
7T	7T	Id	-0,125	
		Ir	0,0625	5/16 1
9T	9T	Id	0,0625	
		Ir	-0,03125	11/32 1
11T	11T	Id	-0,03125	
		Ir	0,015625	21/64 1
13T	13T	Id	0,015625	
		Ir	-0,00781	1/3 1
15T	15T	Id	-0,00781	
		Ir	0,003906	1/3 1

# Análise Qualitativa

- Ondas Viajantes

- Exemplo:  $R_2 = 3 \cdot Z_0$  e  $R_f = 0 \Rightarrow k_{r2U,I} = \pm 1/2$  e  $k_{rfU,I} = \mp 1$



**Próxima aula:**

Análise Matemática

- Eqs. Diferenciais das LTs
- Solução das Eqs. Diferenciais no domínio da frequência: LT em CA em regime permanente



**OBRIGADO**